

EX BIBLIOTHECA

P. P. C. LAMMENS.

Du Bois

Indorp

Library
of the
University of Toronto



STILLMAN DRAKE

Smith page 111

1: 11



LES TROIS
LIVRES DES

ELEMENS SPHERIQUES
de Theodose Tripolitain,

Traduits de Latin en François,

Par D. HENRI ON, Mathematicien.



A PARIS,

Chez ABRAHAM PACARD, rue saint
Iacques, à l'Estoille d'or.

M. DC. XV.

AVEC PRIVILEGE DV ROY.

Willard

Digitized by the Internet Archive
in 2010 with funding from
University of Ottawa



ADVERTISSEMENT.



M y Lecteur , ayant mis en lumiere depuis peu de temps, les Elements d'Euclide , en nostre langue Françoise , i'ay pensé faire plaisir à plusieurs amateurs de la diuine science Mathematique, lesquels n'entendent la langue Latine , si ie mettois aussi au iour en nostre langage François, les Elemens Spheriques de Theodose Tripolitain : C'est pourquoy depuis ce temps-là me venant quelque heure de loisir, ie l'ay employée à faire ladite traduction , en laquelle i'ay suiuy les demonstrations rapportées par Clavius , ne m'arrestant toutesfois aux

parolles d'icelles, mais au sens, afin de rendre icelles demonstrations plus claires & intelligibles. Or voila mon travail; reçois-le (amy Lecteur) attendant que j'aye la commodité de te donner le second volume de mes memoires Mathematiques, & autres œuvres.

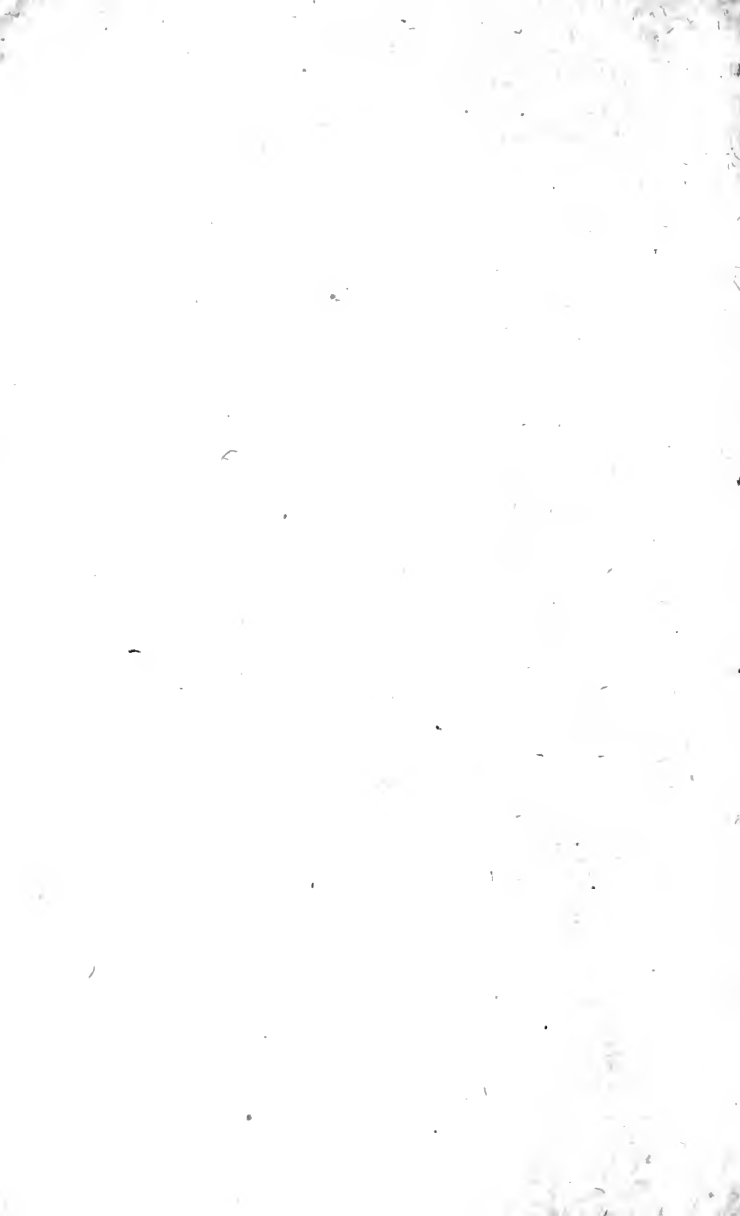


Extraict du Priuilege du Roy.

PAr grace & priuilege du Roy, il est permis à D. Henrion Mathematicien, de faire imprimer par tel Imprimeur que bon luy semblera, *Les Elemens Spheriques de Theodose*, qu'il a traduiçts de Latin en François, & ce iusques au terme de six ans finis & accomplis, à compter du iour que ledit Liure sera acheué d'imprimer, pendant lequel temps, deffenses sont faiçtes à tous Imprimeurs, Libraires, & autres personnes de quelque estat ou condition qu'ils soient, d'imprimer ou faire imprimer ledit liure, d'achepter, vendre ny distribuer aucune induë impression d'iceluy, sur peine de mille liures d'amende, & confiscation des liures & exemplaires qui se trouueront d'autre impression que de celle qu'aura faiçt faire ledict Henrion. Voulant en outre sa Majesté, qu'en apposant au commencement ou à la fin dudit liure vn extraict des presentes, elles soient tenuës pour bien notifiées & signifiées, nonobstant quelconque lettre au contraire: Car tel est le plaisir de sa Majesté. Donnë à Paris le 26. Sept. 1614.

Par le Roy en son Conseil.

ADDEE






PREMIER LIVRE

DES ELEMENS SPHE- RIQUES DE THEODOSE.

Definitions.

1.  Phere, est vne figure solide comprise d'une seule superficie, à laquelle toutes les lignes droictes menees d'un seul des poincts qui sont dans la figure, sont egales entr'elles.
2. Mais le centre de la Sphere, est ce poinct là, duquel toutes les lignes droictes menees à la superficie, sont egales entr'elles.
3. Laxe de la Sphere, est vne ligne droicte tiree par le centre, & terminee de part & d'autre à la superficie de la Sphere.
4. Les poles de la Sphere, sont les poincts extremes d'iceluy axe.
5. Le pole d'un cercle en la Sphere, est vn poinct en la superficie de la Sphere, duquel toutes les lignes droictes tendantes à la circonference du cercle, sont egales entr'elles.
6. Un plan, est dit estre semblablement incliné à vn plan, & vn autre plan à vn autre plan, quand les lignes droictes tirees en l'un & en l'autre plan, lesquelles fassent les angles droicts avec la commune section des plans, comprennent en mesmes poincts angles egaux.

Ceste definition est expliquée par Eucl. livre II. c'est pourquoy Clavius en cet endroit l'a delaissee : & au lieu d'icelle a adionsté la suivante.

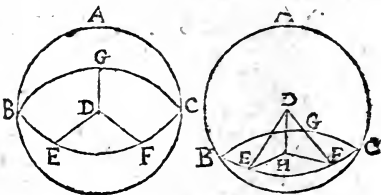
7. En la Sphere, les cercles sont dits estre egaleement distans du centre de la Sphere, quand les perpendiculaires, les-

quelles sont tirees du centre d'icelle Sphere, es plans d'iceux cercles, sont egales. Mais celuy-là est dit plus esloigné, à un plan duquel tombe la plus grande perpendiculaire.

Theoreme I. Proposit. I.

Si une superficie Spherique est coupee par quelque plan; la ligne qui sera faicte en la superficie de la Sphere, est une circonference de cercle.

La superficie Spherique A B C, de laquelle le centre est D, soit coupee par quelque plan, faisant en la superficie de la Sphere la ligne B E F C G. Je dis qu'icelle ligne B E F C G, est la circonference d'un cercle.



Qu'il ne soit ainsi: le plan couppant passera par le centre de la Sphere, ou non: qu'il y passe premierement, tellement que le centre D soit en iceluy plan couppant, & d'iceluy D, soient menees à ladite ligne B E F C G, les lignes droictes D E, D F, D G. Donc puis que toutes ces lignes droictes sont tirees du centre de la Sphere à sa superficie, (car par l'hypothese, la ligne B E F C G, est en la superficie de la Sphere) elles sont egales entr'elles: & partant par la 15. d. 1. d'Eucl. la ligne B E F C G, sera la circonference du cercle, duquel le centre est D, qui est le mesme que de la Sphere.

Maintenant, que le plan couppant ne passe par le centre de la Sphere, par la 11. p. 11. du centre D, soit tiree D H perpendiculaire au plan couppant, & de H soient tirees à la ligne B E F C G, les lignes droictes H E, H F, & mené D E, D F. D'autant que par la 2. d. 11. d'Eucl. les angles D H E, D H F, sont droicts, par la 47. p. 1. le quarré de D E, sera egal aux quarrés de D H, H E, & le quarré de D F à ceux de D H, H F. Mais les quarrés de D E, D F, sont egaux entre-eux, pource que les lignes D E, D F, lesquelles tombent du centre de la Sphere à sa superficie, sont egales entr'elles,

SPHERIQUES DE THEODOSE. 5

Donc les quârez de DH , HE , sont ensemble egaux aux quârez de DH , HF , ensemble : ostant donc le commun quarré de DH , resteront egaux les quârez des lignes HE , HF : & partant icelles lignes HE , HF , seront aussi egales entr'elles. Par mesme argument on demonstrea que toutes les lignes droictes tombantes de H à la ligne $BEFCG$, sont egales tant entr'elles, qu'à icelles HE , HF . Parquoy par la 15. d. 1. d'Eucl. la ligne $BEFCG$, sera la circonference du cercle, duquel le centre est le point H , auquel tombe la perpendiculaire DH . Ce qu'il falloit prouuer.

COROLLAIRE.

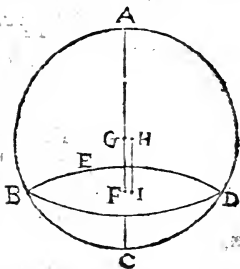
De ce que dessus appert, que si le plan coupant la Sphere passe par le centre d'icelle, sera faict vn cercle ayant mesme centre que la Sphere: mais que s'il ne passe par le centre, sera faict vn cercle ayant vn autre centre que la Sphere: c'est à sçauoir ce point là auquel tombe la perpendiculaire tiree du centre de la Sphere au plan coupant.

Prob. I. Prop. II.

Trouuer le centre d'une Sphere donnee.

Soit donnee la Sphere $ABCD$: & il faut trouuer le centre d'icelle.

Soit coupee icelle Sphere par quelque plan faisant la ligne BD . E en la superficie d'icelle, laquelle sera par la preced. prop. la circonference d'un cercle : & d'iceluy soit trouué le centre F par la 1. p. 3. d'Eucl. Si donc le cercle BDE , passe par le centre de la Sphere, par le corol. de la preced. le point F sera pareillement le centre de la Sphere : mais s'il ne passe par le centre de la Sphere, par la 12. p.



11. d'Eucl. soit erigée de F , au plan du cercle BDE , la perpendiculaire FG , laquelle estant tiree iusques aux points A , C , de la superficie, soit coupee en deux esgalement en G . Je dis que G est le centre de la Sphere. Car s'il ne l'est, soit (s'il est possible) le centre H , coupant tous les diametres en

deux également, lequel ne sera en la ligne AC , puis qu'icelle est couppee en deux également au point G , mais hors d'icelle. par la 11. p. 11. d'Euc. de H centre de la Sphere, soit tiree sur le plan du cercle BDE , la perpend. HI , laquelle par la 6. p. 11. sera parallele à la ligne FG : & partant elle ne tombera pas au point F : car alors les deux paralleles HI , GF , se rencontreroient ensemble au point F . Ce qui ne se peut faire. Et puis que par le corol. de la preced. la perpendiculaire tiree du centre de la Sphere au plan du cercle BDE , tombe au centre d'iceluy, I sera le centre du cercle BDE : Mais par la construction F est aussi le centre du mesme cercle. Ce qui est absurde : car vn mesme cercle a vn seul centre. Il n'y a donc point d'autre point que G , qui soit centre de la Sphere.

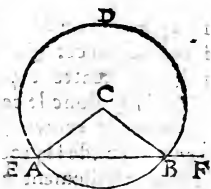
COROLLAIRE.

De cecy est manifeste, que si en la Sphere il y a vn cercle qui ne passe par le centre d'icelle, & du centre d'iceluy est tiree vne perpendiculaire au plan dudit cercle, en icelle perpendiculaire est le centre de la Sphere.

Theor. 2. Prop. 3.

Vne Sphere ne touche pas vn plan, par lequel elle n'est couppee, en plus d'un point.

Car si faire se peut, qu'une Sphere touche vn plan par lequel elle n'est couppee, en plus d'un point, comme en A & B . Estant trouué par la preced. le centre de la Sphere C , soient tirees les lignes droictes CA , CB : & par CA , CB , soit tiré vn plan lequel par la 1. p. de ce liure fasse en la superficie de la Sphere, la circonference du cercle ABD , mais au plan coupnant, la ligne droicte $EABF$. par la 3. p. 11. d'Euc. Donc puis que le plan touchant, auquel est la ligne droicte $EABF$, ne coupe la Sphere, ny partant aussi le cercle ABD , qui est en la superficie d'icelle, est fait que la ligne droicte $EABF$, ne coupe pas le cercle ABD . par-



quoy la ligne droite AB , tombe toute hors le cercle. Et pource que les deux points A & B , sont pris en la circonférence du cercle ABD , la mesme ligne droite AB , tirée du point A au point B , tombera toute dans le cercle ABD par la 2. p. 3. d'Eucl. Mais elle tombe aussi dehors: ce qui est absurde: donc la Sphere ne peut toucher vn plan par lequel elle n'est couppee, qu'en vn seul point. Ce qu'il falloit prouuer.

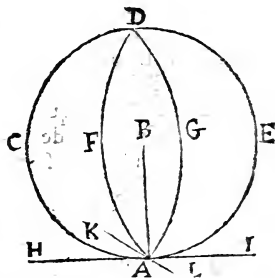
COROLLAIRE.

De cecy appert, que s'il y a deux points marquez en la superficie de la Sphere, la ligne droite conioignant iceux, tombera dedans la Sphere.

Theor. 3. Prop. 4.

Si vne Sphere touche vn plan, lequel ne coupe icelle; la ligne droite tirée du centre de la Sphere à l'attouchement, sera perpendiculaire au plan.

Qu'une Sphere touche vn plan, lequel ne coupe icelle, au point A : estant trouué B centre de la Sphere, soit tirée d'iceluy, au point d'attouchement A , la ligne droite BA . Je dis qu'icelle ligne BA est perpendiculaire au susdit plan.



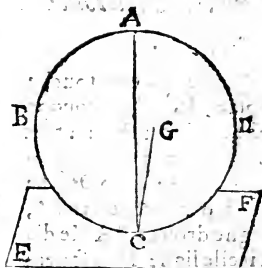
Qu'ainsi ne soit: par la ligne AB soient tirés comme on voudra deux plans s'entre-couppans, lesquels par la 1. p. de celiure, fassent en la superficie de la Sphere, les circonférences de cercles $ACDE$, $AFDG$, & au plan touchant, les lignes droictes HAI , KAL , par la 3. p. 11. Donc puis que l'un & l'autre cercle $ACDE$, $AFDG$, passe par le centre de la Sphere B , pareillement B sera le centre de chacun d'iceux cercles par le corol. de la 1. p. de celiure. Derechef, puis que le plan touchant la Sphere, ne la coupe, aussi

les lignes droictes HAI, KAL, estans en iceluy, ne couppent la mesme Sphere, ny partant aussi les cercles ACDE, AFDG, estant en la superficie d'icelle Sphere. La ligne droicte HAI touche donc seulement le cercle ACDE au point A, & la ligne droicte KAL, le cercle AFDG au mesme point A. Donc par la 18. p. 3. d'Eucl. la ligne BA est perpendiculaire à la ligne droicte HAI, & à la ligne KAL. Parquoy par la 4 p. 11. d'Eucl. la mesme ligne BA, sera aussi perpendiculaire au plan touchant, pource qu'il est mené par les lignes droictes HAI, KAL.

Theor. 4. Prop. 5.

Si la Sphere touche un plan, lequel ne coupe icelle, & du point d'atouchement, est esleuee une ligne droicte perpendiculaire à iceluy plan; en icelle ligne esleuee, sera le centre de la Sphere.

Soit la Sphere ABCD, qui touche au point C, le plan EF, lequel ne coupe icelle: & du point C, par la 12. p. 11. d'Eucl. soit esleuee sur le plan EF la perpendiculaire CA. Je dis qu'en icelle CA est le centre de la Sphere. Car s'il n'est, soit (s'il est possible) G, le centre de la Sphere hors icelle li-



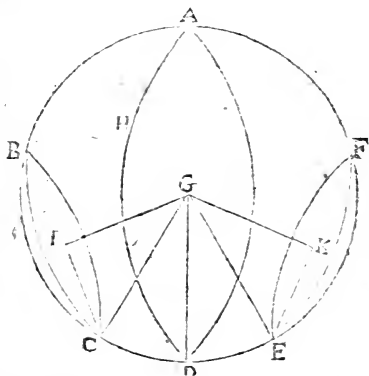
gne CA, & de G à C, soit menée la ligne droicte GC, laquelle sera perpendiculaire au plan EF par la prop. precedente. Mais AC estoit aussi perpendiculaire au mesme plan: donc du mesme point C, seront tirez deux perpendiculaires au mesme plan EF. Ce qui est absurde: Car par la 13. p. 11. d'Eucl. d'un point donné en un plan, ne se peut esleuer d'un mesme costé deux lignes droictes perpendiculaires à iceluy plan. En la mesme maniere sera demonstré que tout autre point posé hors la ligne CA, n'est le centre de la Sphere. Parquoy le centre de la Sphere est en ladite ligne CA. Ce qu'il falloit prouver.

Theor. 5. Prop. 6.

Des cercles qui sont en la Sphere, les tres-grands sont ceux qui sont tirez par le centre de la Sphere: Et des autres, ceux-là sont egaux entr'eux, qui sont également distans du centre: mais les plus esloignez du centre, sont les moindres. Et en la Sphere, les tres-grands cercles, passent par le centre de la Sphere: mais des autres, les egaux sont également distans du centre: & les moindres, les plus esloignez d'iceluy centre.

En la Sphere A B C D E F, de laquelle G est le centre, soit le cercle A H D qui passe par le centre G, & les autres B C, F E, lesquels ne passent par ledit centre. Je dis que le cercle A H D est le plus grand de tous ceux, &c.

Qu'il ne soit ainsi: du centre G, par la 11. p. 11. d'Euclide,



soient tirees les lignes droictes GI, GK, perpendiculaires aux plans des cercles B C, F E, lesquelles tomberont és centres d'iceux par le corol. de la 1. p. de ce liure: tellement que I, K, sont les centres des cercles B C, F E: & par le mesme corol. G centre de la Sphere, est aussi centre du cercle A H D. Si donc de G, I, K, on tire à la superficie de la Sphere, les lignes droictes G D, I C, K E, elles seront semidiames des cercles A H D, B C, F E: soient tirees G C, G E.

Donc puis que par la 2. d. 11. d'Eucl. au triangle GIC , l'angle I est droit, par la 47. p. 1. d'Eucl. le quarré de GC , sera egal aux quarréz de GI , IC . Ostant donc le quarré de la ligne GI , restera le quarré de GC plus grand que le quarré de IC ; & partant la ligne GC , c'est à dire GD , son egale, sera aussi plus grande que la ligne IC . parquoy le cercle AHD ayant plus grand semidiametre que le cercle BC , sera plus grand qu'iceluy cercle BC . On démontrera en la mesme maniere que le cercle AHD , est plus grand que quelconque autre cercle qui ne passe par le centre de la Sphere G . Le plus grand cercle est donc AHD .

Maintenant, les cercles BC , FE , soient également distans du centre G ; c'est à dire que les perpend. GI , GK , soient egales. Je dis qu'iceux cercles BC , FE , sont egaux. Car puis que les lignes droictes GC , GE , tombantes du centre de la Sphere en la superficie d'icelle, sont egales; & partant les quarréz d'icelles aussi egaux, & tant le quarré de GC , egal aux quarréz de GI , IC , que le quarré de GE , aux quarréz de GK , KE par la 47. p. 1. d'Eucl. les quarréz de GI , IC , ensemble, seront egaux aux quarréz de GK , KE , ensemble. Ostant donc les quarréz des lignes egales GI , GK , resteront egaux les autres quarréz des lignes IC , KE ; & partant icelles lignes serot aussi egales. parquoy puis qu'elles sont semidiametres des cercles BC , EF , iceux cercles seront aussi egaux.

Que si l'un ou l'autre d'iceux cercles, sçavoir BC , est posé estre plus esloigné du centre G , que l'autre FE , c'est à dire qu'on pose la perpendiculaire GI estre plus grande que la perpendiculaire GK ; on démontrera presque en la mesme maniere que le cercle BC est moindre que le cercle FE . Car puis que les quarréz de GI , IC , ont esté demonstrez egaux aux quarréz de GK , KE , si on oste les quarréz inegaux des lignes inegales, GI , GK , desquels celuy là est le plus grand (pource que la ligne GI a esté posée plus grande que la ligne GK) restera le quarré de la ligne IC , moindre que le quarré de la ligne KE ; & partant la ligne IC , sera moindre que la ligne KE . Donc le cercle BC sera aussi moindre que le cercle EF .

Maintenant, le cercle AHD soit le plus grand de tous: Je dis qu'il passe par le centre de la Sphere G . Car s'il n'y passe, qu'el-

quelque autre cercle passant par le centre G, sera plus grand que le cercle AHD qui ne passe par le centre, comme il a esté démontré en ceste prop. Parquoy AHD n'est pas le plus grand cercle. Ce qui est contre l'hypothese. Le cercle AHD passe donc par le centre de la Sphere G.

En apres, soient egaux les cercles BC, FE; Je dis qu'ils sont egalement distans du centre G. Car ayant construit comme dessus, les semidiametres IC, KE, seront egaux. Et pource que les quarez de GI, IC, sont egaux aux quarez de GK, KE, comme il a esté démontré, ostant les quarez egaux des lignes egales IC, KE, resteront egaux les quarez des lignes GI, GK; & partant icelles lignes seront aussi egales. Parquoy veu que par la construction, icelles lignes sont perpendic. aux plans des cercles BC, EF, iceux seront egalement distans du centre de la Sphere G.

Que si on pose l'un d'iceux cercles BC, FE, sçavoir est BC, estre moindre que l'autre cercle FE, nous demonstresons presque en la mesme maniere, que la perpend. GI est plus grande que la perpend. GK. Car puis que les quarez de GI, IC, ont esté demonstrez egaux aux quarez de GK, KE, & le quarré de IC, estre moindre que le quarré de KE; le quarré de GI sera plus grand que le quarré de GK; & partant aussi la ligne IG, plus grande que la ligne GK. Parquoy veu que par la construction icelles GI, GK, sont perpendic. aux plans des cercles BC, EF; le moindre cercle BC sera plus esloigné du centre G, que FE plus grand cercle que BC. Donc les plus petits cercles sont plus esloignez du centre de la Sphere que les plus grands.

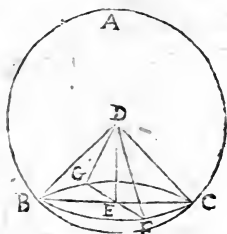
SCHOLIE.

Les cercles qui passent par le centre de la Sphere, sont appellez par les Latins, maximi circuli, c'est à dire tres-grands cercles; mais les François parlans d'iceux, disent simplement grands cercles de la Sphere: C'est pourquoy le Lecteur sera aduerty que quand il trouuera cy-apres simplement grand cercle ou grand parallel, il entende tres-grand cercle, ou tres-grand parallel, c'est à dire un cercle, ou parallel passant par le centre de la Sphere, & qui par consequent a mesme centre qu'icelle.

Theor. 6. Prop. 7.

S'il y a un cercle en la Sphere, & du centre d'icelle Sphere est tiree une ligne droicte au centre du cercle : icelle ligne droicte sera perpendiculaire au plan du cercle.

En la Sphere ABC, de laquelle le centre est D, soit le cercle BFCG, duquel le centre est E : & la ligne droicte DE conioigne les deux centres D, E : Je dis qu'icelle ligne DE est perpendiculaire au plan du cercle BFCG. Car estant tirez deux diametres BC, FG au cercle BFCG, soient tirees des extremitéz d'iceux à D centre de la Sphere, les lignes droictes BD, CD, FD, GD, lesquelles seront toutes egales entr'elles, puis que du centre de la Sphere elles tombent à la circonference d'icelle. Mais aussi BE, CE, FE, GE, demy-diametres du cercle BFCG, sont egaux. Donc les deux costez DE, EB, du triangle BDE, sont egaux aux deux costez DE, EC du triangle CDE, & la base BD egale à la base CD, & par la 8 p. I. d'Eucl. les deux angles BED, CED, seront egaux ; & partant droicts. Donc la ligne droicte DE, est perpendiculaire à la ligne droicte BC. En la mesme maniere sera demonstree la ligne droicte DE estre aussi à angles droicts sur la ligne droicte FG. Parquoy icelle ligne DE sera aussi perpendicul. au plan du cercle BFCG tiré par les lignes droictes BC, FG, par la 4. p. II. d'Eucl. ce qu'il falloit prouver.



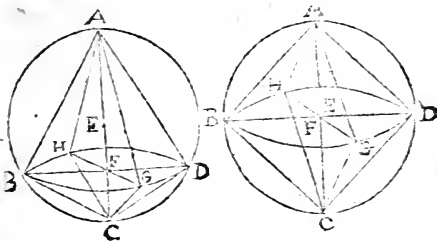
Theor. 7. Prop. 8.

Si en la Sphere il y a un cercle, & du centre d'icelle est tiree une perpendiculaire sur le cercle, laquelle soit produicte de part & d'autre : icelle perpendiculaire tombera és poles d'iceluy cercle.

En la Sphere ABCD, de laquelle le centre est E, soit le

cercle $BGDH$, au plan duquel est tirée du centre de la Sphere, la perpendiculaire EF , qui prolongee de part & d'autre, tombe en la superficie de la Sphere aux points A & C . Le-

dis qu'iceux points A, C , sont les poles du cercle $BGDH$. Car la perpendicul. EF tombera au centre du cercle $BGDH$, par le corollaire de la



premiere de ce liure; & partant F sera le centre du cercle. Que si le cercle $BGDH$ est tiré par le centre de la Sphere, iceluy centre de la Sphere E , sera le mesme que F centre du cercle; duquel par la 12. p. 11. d'Euclide, soit tirée sur le plan d'iceluy cercle, la perpendiculaire AC . Donc estans tirez deux quelconques diametres BD, GH , des extremitiez d'iceux soient tirees des lignes droictes aux points A & C . Et d'autant que AF est perpendiculaire au plan du cercle $BGDH$, tous les angles faits à F , seront droicts par la 2. d. 11. d'Eucl. parquoy les deux triangles AFB, AFH , auront les deux costez AF, FB , egaux aux deux costez AF, FH , lesquels comprennent angles egaux, sçavoir droicts: donc par la 4. p. 1. d'Eucl. les bases AB, AH , seront egales. En la mesme maniere les lignes droictes AD, AG , & autres quelconques tirees de A , à la circonference du cercle $BGDH$, seront demontrees egales tant entr'elles qu'aux lignes AB, AH . Donc le point A est vn pole du cercle $BGDH$, par la 5. d. de ce liure. On demonstrera en la mesme maniere, que C est aussi vn pole du mesme cercle.

SCHOLIE.

Clavius rapporte icy les deux Theoremes suivans, lesquels il dit estre adioustez en la version de Maurolicus.

I.

S'il y a vn cercle en la Sphere, du centre duquel soit tirée vne perpendiculaire au plan du cercle, laquelle soit pro-

longee de part & d'autre; icelle tombera en l'un & l'autre pole du cercle.

En la mesme figure, de E centre du cercle $BGDH$, soit esleeue EA perpendiculaire au plan d'iceluy cercle, laquelle rencontre la superficie de la Sphere es points A, C . Je dis que A, C sont les poles du cercle $BGDH$. Car derechef par la 2. d. II. d'Euclide tous les angles que la ligne droite AE fait à E , seront droits. Parquoy comme deuant les lignes AB, AD, AG, AH , &c. seront egales entr'elles; &c.

Autrement. D'autant que par le Corolaire de la 2. p. de celivre, la perpend. EA passe par le centre de la Sphere E , la ligne droite EF , tiree de E centre de la Sphere, sera perpend. au plan du cercle $BGDH$. Parquoy comme il a esté demonsté en ceste 8. p. icelle perpend. tombera es poles du mesme cercle. Ce qui estoit proposé.

II.

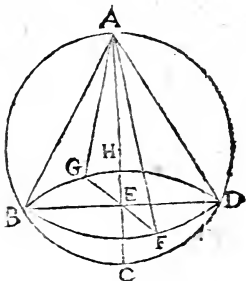
S'il y a un cercle en la Sphere, & de l'un des poles d'iceluy est tiree vne ligne droite par son centre; icelle sera perpendiculaire au plan d'iceluy cercle, & estant prolongee elle tombera en l'autre pole.

En la mesme figure, de A , pole du cercle $BGDH$, par E centre d'iceluy, soit menee la ligne droite AE , rencontrant la superficie de la Sphere en C . Je dis qu'icelle AE est perpend. au plan du cercle $BGDH$, & que C est l'autre pole du mesme cercle. Car puis que les deux triangles AEB, AED , ont deux costez AE, EB , ED , egaux aux deux costez AE, ED , & la base AB egale à la base AD , par la def. 5. ils auront aussi les deux angles AEB, AED , egaux, par la 8. p. I. d'Euclide, & partant droits. La ligne droite AE est donc perpend. à la ligne droite BD . Nous demonsturerons par mesme raison que la mesme AE est aussi perpend. à la ligne droite GH . Parquoy par la 4. p. II. d'Enc. icelle AE sera aussi perpend. au plan du cercle $BGDH$, tiré par les lignes BD, GH . Et d'autant qu'icelle EA tiree du centre d'iceluy cercle E , est perpend. au plan dudit cercle; estant prolongee de part & d'autre, elle tombera en l'un & l'autre pole du cercle, comme il a esté demonsté au Theor. precedent; & partant C sera l'autre pole du cercle $BGDH$. Ce qui estoit proposé.

Theor. 8. Prop. 9.

Si en la Sphere il y a un cercle, & de l'un des poles d'iceluy, est tiree une ligne droicte perpendiculaire à iceluy cercle; icelle tombera au centre du cercle, & estant produicte elle tombera en l'autre pole d'iceluy cercle.

En la Sphere $ABCD$, soit le cercle $BFDG$, du pole duquel A , soit tiree sur son plan la perpendiculaire AE , rencontrant la superficie de la Sphere en C . Je dis que E est le centre du cercle $BFDG$, & C l'autre pole. Car estans tirees par E , les deux lignes droictes BD , FG , soient conioincts les extremes d'icelles avec le pole A , par les lignes droictes AB , AD , AF , AG , lesquelles seront toutes egales entr'elles par



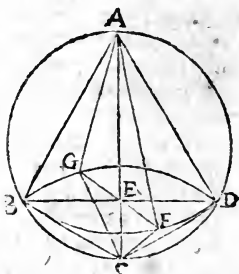
la 5. d. & tous les angles faits au point E par la ligne droicte AE , droicts, par la 2. d. 11. d'Euclide. Donc par la 47. p. 1. d'Eucl. tant le quarré de AB sera egal aux quarréz de AE , EB , que le quarré de AG , aux quarréz de AE , EG : & partant puis que les quarréz des lignes egales AB , AG , sont egaux; les quarréz de AE , EB , seront ensemble egaux aux quarréz de AE , EG ensemble. Ostant donc le quarré commun de AE , les quarréz de EB , EG , resteront egaux: & partant les lignes droictes EB , EG , seront egales. En la mesme maniere, les lignes droictes EG , ED , seront demonstrees egales. Parquoy E est le centre du cercle $BFDG$, par la 9. p. 3. d'Eucl. Donc puis que de E , centre du cercle $BFDG$, est tiree EA perpendiculaire au plan d'iceluy; par le Corol. de la 2. p. de ce liure, elle passera par H centre de la Sphere; & partant la mesme HE tiree de H centre de la Sphere, sera perpendiculaire sur le plan du cercle $BFDG$. Parquoy HE estant prolongee de part & d'autre, elle tombera és poles du mesme cercle, par la 8.

p. de celiure; & partant C sera l'autre pole du cercle $BFDG$.
Ce qu'il falloit prouver.

Thor. 9. Prop. 10.

*S'il y a un cercle en une Sphere, la ligne droicte
tiree par les poles d'iceluy, est perpendiculaire
audit cercle, & passe par le centre du cercle,
& de la Sphere.*

En la Sphere $ABCD$, soit
le cercle $BFDG$ par les poles du-
quel A & c , est tiree la ligne droi-
cte Ac rencôtrant le plan du cer-
cle en E . Je dis qu'icelle ligne Ac
est perpendicul. au plan du cercle,
& qu'elle passe par le centre d'ice-
luy, (c'est à dire que E est son cen-
tre) & aussi par le centre de la
Sphere. Car estans tirees par E ,
deux quelconques lignes droictes
 BD , FG , soient conioincts les ex-



trêmes d'icelles avec les poles A , c , par lignes droictes: Donc
tant AB , AG , AD , entr'elles, que cB , cG , cD , aussi entr'el-
les, seront égales, par la def. du pole. Parquoy les deux costez
 AB , AC , du triangle ABC , seront égaux aux deux costez AD ,
 AC , du triangle ADC , & la base BC égale à la base DC ; & partant
par la 8 p. 1. d'Eucl. les angles BAC , DAC , seront aussi égaux.
Ainsi les deux triangles ABE , ADE , ont les deux costez AB ,
 AE , égaux aux deux costez AD , AE , & les angles BAE , DAE ,
contenus sous iceux costez, aussi égaux: & partant par la
4. p. 1. d'Eucl. les angles AEB , AED , seront aussi égaux; &
par cōséquent droicts. En la mesme maniere seront demon-
stréz les angles AEG , AEF estre aussi droicts. Donc la ligne
droicte AE est à angles droicts, sur les lignes droictes BD ,
 FG . Parquoy par la 4. p. 11. d'Eucl. icelle AE sera perpendi-
culaire au plan du cercle $BFDG$, tiré par les lignes droi-
ctes BD , FG . Et d'autant que la perpendiculaire AE est tiree
de A , pole du cercle $BFDG$, sur le plan d'iceluy; elle tombe-

ra en son centre, par la preced. prop. Donc Γ est le centre d'iceluy cercle. Derechef, puis que du centre Γ est tirée ΓA perpendiculairement au plan dudit cercle; elle passera aussi par le centre de la Sphere, par le Corol. de la 2. p. de ce liure. Parquoy la ligne droicte $A \Gamma$ est perpendiculaire au plan du cercle $B \Gamma D \Gamma$, & passe tant par le centre d'iceluy cercle, que par celuy de la Sphere. Ce qu'il falloit demonstrier.

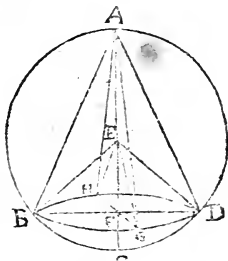
SCHOLIE.

Clavius demonstre en ce lieu les deux Theoremes suiuaus.

I.

Si en vne Sphere il y a vn cercle, & de l'un des poles d'iceluy est tirée vne ligne droicte par le centre de la Sphere; elle sera perpendiculaire au plan du cercle, & estant produite, elle tombera au centre d'iceluy, & en l'autre pole.

En la Sphere $A B C D$, de laquelle le centre est Γ , soit le cercle $B \Gamma D \Gamma$, d'un pole duquel A est tirée par Γ centre de la Sphere la ligne droicte $A \Gamma$, rencontrant le plan du cercle en Γ , & la superficie de la Sphere en C . Je dis que $A \Gamma$ est perpend. au plan du cercle, & qu'elle passe par le centre d'iceluy, & par l'autre pole, c'est à dire que Γ est son centre, & C l'autre pole. Car estant tirées par Γ deux quelconques lignes droictes $B \Gamma$, $D \Gamma$, soient joints les extremités d'icelles avec les points A & C , par lignes droictes, comme en la figure: Et $A B$, $A \Gamma$, $A D$, $A C$, seront egales entr'elles par la def. du pole; comme aussi les semidiametres de la Sphere ΓB , $\Gamma \Gamma$, ΓD , ΓC . Donc les deux costez $A B$, $A \Gamma$, du triangle $A \Gamma B$, seront egaux aux deux costez $A D$, $A \Gamma$, du triangle $A \Gamma D$, & la base ΓB egale à la base ΓD ; & partant par la 8. p. 1. d'Euclide, les angles $B A \Gamma$, $D A \Gamma$, seront egaux. Ainsi les deux triangles $A \Gamma B$, $A \Gamma D$, ont les deux costez $A B$, $A \Gamma$, egaux aux deux costez $A D$, $A \Gamma$, & les angles $B A \Gamma$, $D A \Gamma$, contenus sous iceux costez, aussi egaux; partant par la 4. p. d'Euclide les angles $A \Gamma B$, $A \Gamma D$, seront egaux; & par consequent droicts. En la mesme maniere les angles $A \Gamma \Gamma$, $A \Gamma C$ seront aussi demonstrez droicts. Donc la ligne droicte $A \Gamma$ est à angles droicts sur les deux lignes droictes $B \Gamma$, $D \Gamma$. Parquoy elle sera perpendicul.



sur le plan du cercle BGDH, tiré par les lignes droictes BD, GH, par la 4. p. 11. d'Euclide, & partant par la 9. p. de celui de icelle AF tombera au centre du cercle, & en l'autre pole. Parquoy F sera le centre du cercle, & C l'autre pole. Ce qui estoit proposé à demonstrier.

COROLLAIRE.

De là arrive qu'un grand cercle qui en la Sphere passe par l'un des poles de quelque cercle que ce soit, passe aussi par l'autre pole. Car si d'un pole d'un grand cercle qui passe par iceluy pole, est tiré un diametre par le centre de la Sphere, il tombera en l'autre pole, comme il a esté demonsté. Parquoy le mesme grand cercle passera par l'autre pole.

Et pource que le diametre d'un grand cercle est pareillement diametre de la Sphere, il est manifeste qu'en la Sphere les deux poles de quelque cercle que ce soit, sont diametralement opposés; & partant qu'entre iceux est interposé le semi-cercle d'un grand cercle.

II.

Si en la Sphere il y a un cercle, & du centre de la Sphere est tirée une ligne droicte par le centre du cercle; elle tombera en l'un & l'autre pole du cercle.

En la mesme figure, soit tirée par E centre de la Sphere, & par F centre du cercle BGDH, la ligne droicte EF, & prolongée de part & d'autre. Je dis qu'icelle EF tombe en l'un & l'autre pole du cercle BGDH. Car puis qu'icelle EF conioinct le centre de la Sphere, & le centre du cercle, elle est perpend. au plan d'iceluy cercle par la 7. p. de celui; & par la 8. p. icelle ligne EF prolongée tombera en l'un & l'autre pole du mesme cercle. Ce qui estoit proposé.

COROLLAIRE.

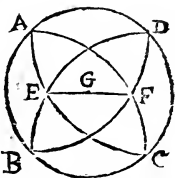
De toutes ces choses il appert qu'en la Sphere, ces quatre points, c'est à sçavoir les deux poles de quelque cercle, le centre d'iceluy, & le centre de la Sphere, sont tousiours en une ligne droicte, sçavoir est au diametre de la Sphere, & iceluy diametre est perpend. au plan du mesme cercle: & partant que la ligne droicte tirée par deux d'iceux points, passe par les deux autres, & est perpend. au plan

plan du cercle ; & que la ligne droite perpend au plan du cercle tirée par l'un d'iceux points, passe aussi par les trois autres points.

Theor. 10. Prop. 11.

En la Sphere, les grands cercles s'entrecouppent en deux egalement.

En la Sphere $ABCD$, soient les deux grands cercles AC, BD , s'entrecouppans es points E, F . Je dis qu'ils s'entrecouppent en deux egalement. Car puis que par la 6. p. de ce liure, en la Sphere les grands cercles passent par le centre d'icelles; iceux cercles AC, BD , passeront par ledit centre de la Sphere, lequel soit G . Et d'autant que par le Corollaire de la premiere proposition de ce liure, le centre de la Sphere est le mesme que du cercle tiré par ledit centre de la Sphere; le point G , qui est posé centre de la Sphere, sera pareillement le centre de l'un & l'autre cercle AC, BD ; tellement qu'il est en l'un & l'autre plan des cercles AC, BD . Mais les points E, F , sont aussi en l'un & l'autre des mesmes plans. Donc les trois points E, G, F , sont aussi en l'un & en l'autre plan des cercles AC, BD ; & partant ils seront en la commune section d'iceux, puis que la commune section d'iceux est en l'un & l'autre plan. Or icelle comme section est vne ligne droite par la 3. p. 11. d'Euclide. Donc les trois points E, G, F sont en la ligne droite menée de E par G à F , laquelle (puis qu'elle passe par G , centre de la Sphere & de l'un & l'autre cercle, comme il a esté démontré) sera diametre tant de la Sphere que de l'un & l'autre cercle; & par consequent couppera chacun d'iceux cercles en deux egalement, tellement que EAF, FCE, EBF, FDE , sont demy-cercles.



Theor. 11. Prop. 12.

En la Sphere, les cercles qui s'entrecouppent en deux egalement, sont les grands.

En la Sphere $ABCD$, soient les cercles AC, BD , s'en-

tre coupans en deux également es points E & F. Je dis que A C, B D, sont grands cercles. Car puis qu'ils s'entrecouppent en deux également en E, F, estant tirée la ligne droite E F, elle sera diametre de l'un & l'autre, veu que quelconque cercle est diuisé en deux également par le seul diametre; & partant icelle E F estant diuisée en deux également en G: iceluy G sera le centre de l'un & l'autre cercle: lequel ie dis estre aussi le centre de la Sphere; & partant que l'un & l'autre cercle est tiré par le centre de la Sphere. Car si on dit que G n'est le centre de la Sphere: & par consequent que les cercles A C, B D, ne sont menez par le centre de la Sphere: Nous monstrerons par le mesme moyen que G est le centre de la Sphere, & partant que l'un & l'autre cercle est tiré par le centre de la Sphere. Car par la 12. p. 11. d'Euclide de G soit esleuee G H perpend. au plan du cercle A C: Item G I perpend. au plan du cercle B D. Donc puis que les cercles A C, B D, sont posez ne passer par le centre de la Sphere, l'une & l'autre perpend. G H, G I, passera par le centre de la Sphere, par le corollaire de la 2. p. de ce liure. Parquoy le point G, auquel elles se rencontrent, sera le centre de la Sphere, autrement le centre ne seroit en l'une & l'autre d'icelles perpendiculaire: & partant l'un & l'autre cercle est mené par le centre de la Sphere. Donc les cercles A C, B D, tirez par le centre de la Sphere, sont grands cercles, par la 6 p. de ce liure. Ce qu'il falloit prouuer.

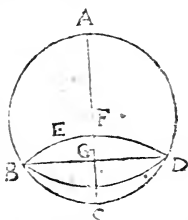


Theoreme 12. Proposit. 13.

Si en la Sphere vn grand cercle coupe quelque cercle à angles droicts; il le coupera aussi en deux également, & par les poles.

En la Sphere soit le grand cercle A B C D, lequel coupe le cercle B E D es points B, D, à angles droicts, c'est à dire que le plan du cercle A B C D est perpendiculaire au plan

du cercle B E D; & la commune section d'iceux soit la ligne droite B D. Je dis que le cercle A B C D coupe le cercle B E D en deux également, & par les poles. Car estant pris par la 1. p. 3. d'euc. F centre du grand cercle A B C D, lequel sera aussi centre de la Sphere, (car veu que par la 6. p. de ce liure vn grand cercle est tiré par le centre de la Sphere; le centre d'iceluy sera le mesme que de la Sphere par le Corol. de la 1. p. de ce liure.) soit tirée de F sur le plan du cercle B E D, la perpend.



F G, laquelle tombera en B D commune section, par la 3. p. 11. d'euc. Qu'elle tombe donc au point G. Et d'autant que par le Corol. de la 1. p. de ce liure, icelle perpend. tombe aussi au centre du cercle B E D, le point G sera aussi le centre d'iceluy cercle B E D; & partant la ligne droite B D, tirée par G, sera diametre du mesme cercle, lequel puis qu'il diuise en deux également le cercle B E D, il diuise aussi en deux également le grand cercle A B C D, tiré par la ligne droite B D. Et d'autant que la ligne droite F G, est au plan du cercle A B C D, icelle estant produite, elle tombera en la circonfer. aux points A, C, lesquels sont en la superficie de la Sphere: Mais par la 8. p. de ce liure, elle tombe aussi en l'un & l'autre pole du cercle B E D, pource que de F, centre de la Sphere, elle est tirée perpendiculairement au plan du cercle. Donc A, C, sont les poles du cercle B E D; & partant le grand cercle A B C D, lequel coupe en deux également le cercle B E D, passe aussi par les poles d'iceluy. parquoy si en la Sphere vn grand cercle coupe &c. Ce qui estoit à demonst. r.

SCHOLIE.

Or ceste prop. ensemble les 8, 9, 10. & les Scholies d'icelles, se doivent aussi entendre quand B D est vn grand cercle, & passe par le centre de la Sphere. Car il appert que c'est presque tousiours la mesme demonstration.

Theor. 13. prop. 14.

Si en la Sphere vn grand cercle, en coupe en deux également vn petit; il le coupe à angles droicts, & par les poles.

En la Sphere soit le grand cercle $A B C D$ (voyez la precedente figure) qui coupe le petit $B E D$ en deux également és points B, D ; & la ligne droicte $B D$ soit la commune section d'iceux. Je dis que le grand cercle $A B C D$, coupe le petit cercle $B E D$ à angles droicts, & par les poles. Car puis que le cercle $B E D$ est coupé en deux également en B, D , c'est à dire en demy-cercles, la commune section $B D$ sera son diametre. Estant donc diuisee $B D$ en deux également en G ; Iceluy point G sera centre du cercle $B E D$. Mais estant pris par la 2. p. le centre de la Sphere F , qui sera aussi le centre du grand cercle $A B C D$, soit tiree de F , la ligne droicte $F G$, laquelle sera perpendiculaire au plan du cercle $B E D$, par la 7. p. 1. Donc aussi le plan du grand cercle $A B C D$, tiré par icelle ligne $F G$, sera perpendicul. au mesme plan du cercle $B E D$, par la 18. p. d'Eucl. Donc le grand cercle $A B C D$; coupera le petit $B E D$ à angles droicts. Et d'autant que la ligne droicte $F G$, tiree de F centre de la Sphere, est perpendic. au plan du cercle $B E D$; Icelle $F G$ estant prolongee, tombera és poles d'iceluy cercle $B E D$, par la 8. p. 1. parquoy veu que $F G$ est au plan du cercle $A B C D$, estant prolongee, elle tombera en la circonference d'iceluy aux points A, C , qui sont aussi en la superficie de la Sphere; iceux A, C , seront les poles du cercle $B E D$; & partant le grand du cercle $A B C D$, lequel coupe à angles droicts le petit cercle $B E D$, le coupera aussi par les poles. Ce qu'il falloit prouuer.

Theor. 14. Prop. 15.

Si en la Sphere vn grand cercle, coupe par les poles quelqu'un des cercles de ceux qui sont en la Sphere; il le coupera aussi en deux également & à angles droicts.

En la Sphere soit vn grand cercle $A B C D$ (en la prece-

dente figure) qui coupe le cercle BED , par les poles A, C . Je dis que le cercle $ABCD$, coupe le cercle BED en deux également, & à angles droicts. Car soient ioincts les poles A, C , par la ligne droicte AC , rencontrant le plan du cercle BED au point G . Et d'autant que par la 10. p. 1. la ligne droicte AC est perpendicul. au plan du cercle BED , & passe par le centre de la Sphere, & du cercle BED ; G sera le centre d'iceluy cercle BED . Donc puis que le grand cercle $ABCD$, couppant le cercle BED , passe par la ligne droicte AC : & partant par le centre G ; la commune section BGD sera diametre du cercle BED : parquoy elle coupe en deux également iceluy cercle. Et d'autant qu'il a esté démontré que la ligne droicte AC , est perpendicul. au plan du cercle BED ; aussi le plan du grand cercle $ABCD$, tiré par icelle ligne droicte, sera perpend. au mesme plan du cercle BED par la 18. p. 11. d'Eucl. Donc le grand cercle $ABCD$, qui coupe le petit BED par les poles A, C , le coupe pareillement en deux également, & à angles droicts. Ce qu'il falloit prouuer.

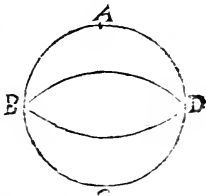
SCHOLIE.

Clavius rapporte en ce lieu les quatre autres Theoremes suiuaus, qu'il dit estre adionstrez en quelque version.

1.

Si en la Sphere, vn grand cercle passe par les poles de quelque autre grand cercle, celuy-cy pareillement passera par les poles de cestuy-là.

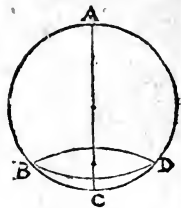
En la Sphere, soit vn grand cercle $ABCD$, lequel passe par A, C , poles du grand cercle BD . Je dis qu'iceluy grand cercle BD passe aussi par les poles du grand cercle $ABCD$. Car veu que le grand cercle $ABCD$, coupe le cercle BD par les poles, il le coupera aussi à angles droicts par la 15. p. 1. Parquoy le grand cercle BD , coupera semblablement à angles droicts le cercle $ABCD$: & partant par la 13. p. 1. il le coupera par les poles. Ce qui estoit proposé à demonstrier.



II.

Si en la Sphere, vn cercle coupe vn cercle par les poles est vn grand cercle, & le coupe en deux egalement, & angles droicts.

Qu'en la Sphere, le cercle $ABCD$ coupe le cercle BD par les poles A, C . Je dis qu'iceluy $ABCD$ est vn grand cercle, & qu'il coupe le cercle BD en deux egalement & à angles droicts. Car soient conioincts les poles A, C par la ligne droite AC , laquelle sera necessairement au plan du cercle $ABCD$, pour ce qu'on a posé que la circonference d'iceluy passe par les poles A, C . Et d'autant que la ligne droite AC tiree par A, C poles du cercle BD passe par le centre de la Sphere par la 10. p. 1. aussi le cercle $ABCD$ (puis qu'il est tiré par la ligne droite AC) passera par le centre de la Sphere; & partant il sera vn grand cercle, par la 6. p. 1. Par quoy veu qu'on a posé qu'iceluy cercle $ABCD$ passe par A, C , poles du cercle BD ; il le coupera aussi en deux egalement, & angles droicts, par la 15. p. 1. Ce qui estoit proposé.



III.

Si en la Sphere, vn cercle coupe vn cercle en deux egalement, & à angles droicts; il est vn grand cercle, & coupe par les poles.

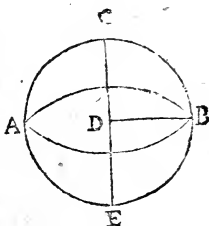
Qu'en la Sphere, le cercle $ABCD$ (voyez la figure de la 13. p.) coupe le cercle BED en deux egalement & à angles droicts. Je dis qu'iceluy $ABCD$ est vn grand cercle, & qu'il passe par les poles du cercle BED . Soit la ligne droite BD commune section des cercles. Donc puis que le cercle $ABCD$ coupe en deux egalement le cercle BED ; la ligne droite BD , sçavoir est la commune section des cercles, sera diametre du cercle BED ; & partant icelle BD estant coupee en deux egalement en G ; G sera le centre du mesme cercle BED . Soit tire au plan du cercle $ABCD$, la ligne droite GA , perpendiculaire à la ligne droite BD . Et d'autant que le cercle $ABCD$ est posé couper à angles droicts le cercle BED ; par la 3. d. 11. d'Eucl. icelle ligne GA sera aussi perpendiculaire au plan du cercle BED : Et partant puis qu'elle est menee de centre d'iceluy cercle, estant prolongee elle tombera en l'un & l'autre pole, par les choses demonstrees au Scholie de la 8. p. 1. Mais el

tombe aussi en la circonference du cercle $ABCD$, qui est en la superficie de la Sphere, aux points A, C . Donc A, C , sont les poles du cercle BED ; & partant le cercle $ABCD$, coupe le cercle BED par les poles A, C . Parquoy par le Theor. preced. $ABCD$ est un grand cercle: Or il a esté demonsté qu'il coupe aussi le cercle BED par les poles. Appert donc ce qui estoit proposé.

IIII.

Si en la Sphere il y a un cercle, & que de l'un de ses poles tombe à angles droicts sur le plan d'iceluy, une ligne droite egale au demy-diametre d'iceluy cercle; il est un grand cercle.

En la Sphere soit le cercle AB , de l'un ou l'autre des poles duquel sçavoir de C , tombe au plan d'iceluy cercle, la perpendiculaire CD , egale au demy-diametre d'iceluy. Je dis que AB est un grand cercle. Car puis que CD est perpend. au cercle AB , par la 9. p. 1. Icelle tombera au centre du cercle, & étant produicte elle tombera en l'autre pole, qui soit B . Donc D est le



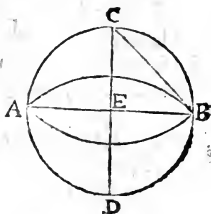
centre du cercle, & partant par le Corol. de la 2. p. 1. la perpend. CD , passe par le centre de la Sphere. Soit tiré en la Sphere un plan par la ligne droite CE , qui par la 1. p. 1. fasse le cercle AEB , lequel par la 6. p. 1. sera un grand cercle, puis qu'il passe par le centre de la Sphere, & coupera le cercle AB es points A, B , & soit tiré le semi-diametre DB , auquel CD est egal par l'hypotese. Et d'autant que CD est posée perpend. au cercle AB , l'angle CDB sera droit par la 2. d. 11. d'Eucl. Parquoy par le Scholie de la 13. p. 6. d'Enc. BD est moyenne proportionnelle entre CD, DE , c'est à dire que comme CD sera à BD , ainsi BD sera à DE . Mais CD est egale à icelle BD : Donc aussi DE sera egale à la mesme BD : & partant aussi CD, DE , seront egales entr'elles. Donc puis que CE passe par le centre de la Sphere, D sera le centre d'icelle. Mais il est aussi la centre du cercle AB . Parquoy le centre de la Sphere & du cercle AB est un mesme: & partant par la 6. p. AB est un grand cercle. Ce qu'il falloit demonsté.

Theor. 15. Prop. 16.

Si en la Sphere, il y a un grand cercle, la ligne

droïcte tiree depuis le pole d'iceluy insques à sa circonference, est egale au costé du quarré inscrit en vn grand cercle.

En la Sphere, soit le grand cercle AB , du pole duquel C , soit tiree à la circonference d'iceluy la ligne droïcte CB . Iedis que CB est egale au costé du quarré inscrit au cercle AB , ou en quelconque autre grand cercle. Qu'ainsi ne soit: Soit tiree de C , la ligne droïcte CE perpendic. au cercle AB par la 11. p. 11. d'Eucl. laquelle tombera au centre d'iceluy, lequel soit E , & produïcte elle tombera en l'autre pole, qui soit D , par la 9. p. 1. Maintenant par les lig. droïctes CB, CD , soit tiré vn plan faisant en la Sphere le cercle $ADBC$ par la 1. p. 1. lequel sera vn grand cercle, par la 6. p. 1. puis qu'il passe par E centre de la Sphere; (car E centre du grand cercle AB , est le mesme que de la Sphere par le Corollaire de la 1. p. pource qu'il passe par le centre de la Sphere) & partant il conppera en deux egalelement le grand cercle AB , par la 11. p. 1.



Que la commune section soit donc le diametre AEB . Et d'autant que CE est tiree perpendiculairement sur le cercle AB , elle sera aussi perpendiculaire à la ligne droïcte AB par la 2. d. 11. d'Eucl. Donc les deux diametres, AB, CD , au grand cercle $ADBC$, s'entrecouppent à angles droïcts: & partant, comme il est demonsté en la 6. p. 4. d'Eucl. CB est le costé du quarré inscrit au grand cercle $ADBC$; & par consequent aussi au grand cercle AB . Ce qu'il falloit prouver.

COROLLAIRE.

D'autant que les quatre angles droïcts au centre E sont egaux entr'eux; & partant les quatre arcs AC, CB, BD, AD , sur lesquels ils s'appuient, aussi egaux, sçavoir est quadrans; il est manifeste

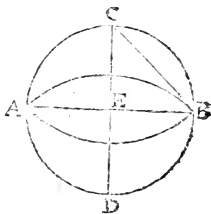
manifeste qu'en la Sphere le pole d'un grand cercle est esloigné de la circonference d'iceluy, d'un quadrant d'un grand cercle. Car C, pole du grand cercle AB, est esloigné de sa circonference, du quadrant CB: Il y a mesme raison des autres. Car tousiours la ligne droicte tiree de la circonference d'un grand cercle, au pole d'iceluy, est egale au costé du quarré inscrit au grand cercle; & partant elle soustend un quadrant au grand cercle.

SCHOLIE.

Clauius demonstre icy la conuerse de ceste proposition, qu'il dit estre en vne autre version, par ce Theoreme.

Si en la Sphere il y a un cercle, & du pole d'iceluy à la circonference, est tiree vne ligne droicte egale au costé du quarré inscrit en iceluy; il est un grand cercle.

En la mesme figure, du pole C, à la circonference du cercle AB, est tiree la ligne droicte CB egale au costé du quarré descript au cercle AB. Je dis qu'iceluy AB est un grand cercle. Car par la 11. p. II. d'Eucl. soit tiree de C, au cercle AB, la perpend. CE, laquelle par la 9. p. I. tombera au centre d'iceluy, lequel soit E: Et estant tiré le semi-diametre EB, l'angle E se-



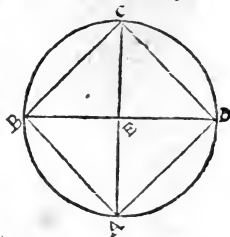
ra droict, par la 2. d. II. d'Eucl. Donc par la 47. p. I. d'Eucl. le quarré descript au cercle AB, est egal aux quarréz de BE, CE: Mais le quarré du semi-diametre BE, est moitié du quarré descript au cercle, comme nous demonstrerons au Lemme suiuant; Donc aussi le quarré de CE, sera moitié du mesme quarré descript au cercle AB; & partant les quarréz de BE, CE, sont egaux entr'eux: & par consequent les lignes BE, CE, seront aussi egales. Parquoy puis que CE, est tiree de C, pole du cercle AB, perpendiculairement à iceluy cercle, & qu'elle est egale au semi-diametre BE: AB sera un grand cercle par le 4. Theorem: du Scholie de la 15. p. de ce liure.

LEMME.

En tout cercle, le quarré du semi-diametre est moitié du quarré descript en iceluy cercle.

Au cercle duquel E est le centre, soient tirez les deux diam-

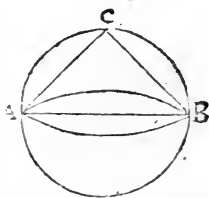
tres AC, BD s'entrecouppans en angles droicts au centre E ; & me-
 nees les lignes droictes AB, BC, CD, AD . Donc $ABCD$ sera un
 quarré descript au cercle, comme ap-
 pert par la 6. p. 4. d'Eucl. Et pour-
 ce que les quarréz des semi-diametres
 egaux EA, EB , egaux entr'eux, sont
 ensemble egaux au quarré de AB , par
 la 47. p. 1. d'Eucl. Le quarré du semi-
 diametre EA sera moitié du quarré de
 AB , lequel est descript au cercle. Ce
 qui estoit proposé. Parquoy appert,
 en la figure precedente, que le quarré
 du semi-diametre BE , est moitié du quarré de CB , lequel est posé
 egal à iceluy descript au cercle AB .



Theor. 16. Prop. 17.

*Si en la Sphere, il y a un cercle, du pole duquel à
 la circonference d'iceluy soit tirée une ligne
 droicte egale au costé du quarré inscrit en un
 grand cercle; iceluy sera un grand cercle.*

En la Sphere, soit le cercle AB ,
 du pole duquel C , à la circonfere-
 ce d'iceluy soit tirée une ligne
 droicte CA egale au costé du quar-
 ré descript en un grand cercle de la
 Sphere. Je dis que AB est un grand
 cercle. Car par la ligne droicte AC ,
 & centre de la Sphere, soit tiré un
 plan, faisant en la Sphere un cercle



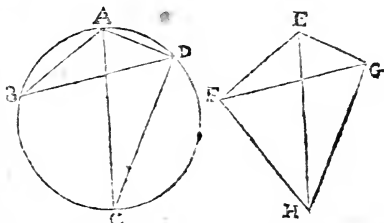
ACB par la 1. p. 1. qui sera grand par la 6. p. puis qu'il est
 tiré par le centre de la Sphere. Soit pareillement tirée de C ,
 la ligne droicte CB , au point B , auquel le grand cercle A
 CB coupe le cercle AB ; & par la def. du pole icelle CB
 sera egale à la ligne droicte CA . Donc puis que AC est po-
 sée costé du quarré descript au grand cercle ACB , aussi
 CB sera costé du mesme quarré; & partant les deux arcs A
 C, CB , seront quadrans faisant le demy cercle ACB , pour-

ce que par la 28. p. 3. d'Eucl. les quatre costez egaux du quadré, subtentent quatre arcs du cercle egaux. Donc la ligne droite AB , commune section des cercles, sera diametre du grand cercle ACB ; & partant aussi de la Sphere. Et d'autant que le grand cercle ACB couppant le cercle AB par les poles, il le coupe aussi en deux egalement par la 15. p. 1. la commune section AB sera pareillement diametre du cercle AB ; & partant puis qu'elle est aussi diametre de la Sphere, le cercle AB sera grand. Ce qu'il falloit prouver.

Prob. 2. Prop. 18.

Descrire vne ligne droite egale au diametre de quelque cercle que ce soit donné en la Sphere.

Soit donné en la Sphere quel- que cercle $ABCD$: & il faut des- crire vne ligne droite egale au diametre d'ice- luy. Estans pris comme on vou- dra, en la circon- ference du cercle, les trois poinçts A, B, D , & tiré les lignes



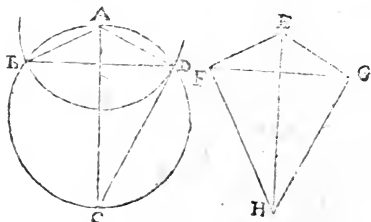
droictes AB, AD, BD , soit constitué le triangle EFG egal au triangle ABD , tellement que le costé EF soit egal au costé AB , & EG à AD , & FG à BD : puis de G, F , soient tirees sur les lignes EF, EG , les perpend. FH, GH , se rencontrans en H , & soit menee la ligne EH . Je dis qu'i- celle EH est egale au diametre du cercle $ABCD$. Car estant mené le diametre AC , soit tiree la ligne droite DC . D'autant que par le Scholie de la 32. p. 1. d'Eucl. les quatre angles du quadrilatre $EFGH$, sont egaux à quatre droicts, & les deux EFH, EGH , sont droicts; les deux autres FEG, FHG , seront egaux à deux droicts: Et par- tant au quadrilatre $EFGH$, les angles opposez seront ensemble egaux à deux droicts. parquoy on peut descrire vn cercle à l'entour d'iceluy quadrilatre par la conuerse de la 22. p. 3. d'Eucl. lequel estant descript, les angles EFG, EHG

estans au mesme segment duquel $E G$ est la corde, seront egaux par la 27. p. 3. d'Eucl. Mais l'angle $E F G$ est egal à l'angle $A B D$ par la 8. p. 1. d'Eucl. pource que les deux costez $E F$, $F G$, sont egaux aux costez $A B$, $B D$, & la base $E G$, egale à la base $A D$, par la construction. Et par la 27. p. 3. d'Eucl. l'angle $A B D$ est egal à l'angle $A C D$. Donc aussi l'angle $E H G$ sera egal à l'angle $A C D$. Mais l'angle droit $E H G$, est aussi egal à l'angle $A D C$, pource qu'il est pareillement droit estant au demy-cercle $A D C$. Donc les triangles $E H G$, $A C D$, ont deux angles egaux à deux angles, & le costé $E G$ egal au costé $A D$: & partant par la 26. p. 1. d'Eucl. le costé $E H$ sera egal au costé $A C$. Nous auons donc descrit la ligne droite $E H$ egale au diametre $A C$ du cercle donné $A B C D$. Ce qu'il falloit faire.

Prob. 3. Prop. 19.

Descrire vne ligne droite egale au diametre d'vne Sphere donnee.

Estant pris comme on voudra, en la superficie de la Sphere donnee, les deux poinçts A , B , soit descrit de A pole, & de l'interuale $A B$ le cercle $B D$;



puis par la prop. precedente, soit descrit la ligne droite $F G$ egale au diametre d'iceluy cercle $B D$, & sur icelle $F G$ soit fait le triangle $F E G$ ayant chacun des autres costez $F E$, $G E$, egal à la ligne droite mennee de A à B : En apres de F , G , soient tirees sur $E F$, $E G$, les perpend. $F H$, $G H$, se rencontrans en H , & soit mennee $E H$: le dis qu'icelle est egale au diametre de la Sphere donnee. Car si on entend $A C$ estre diametre de la Sphere donnee, & vn plan estre tiré par les lignes droictes $A B$, $A C$; iceluy plan couppant la Sphere fera vn cercle en la superficie Spherique, par la 1. p. lequel

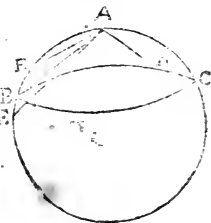
soit $A B C D$, qui par la 6 p. sera vn grand cercle, puis qu'il est tiré par le diametre de la Sphere, & partant par le centre d'icelle: Et puis qu'il passe par A l'un des poles du cercle $B D$, il passera aussi par l'autre pole par le Corol. du 1. Theor. de la 10. p. & partant par la 15 p iceluy cercle $A B C D$ coupera en deux également ledit cercle $B D$; & par consequent la commune section $B D$, sera diametre d'iceluy cercle $B D$. Or estans tirees les lignes droictes $A D$, $D C$; les deux costez $A B$, $B D$, du triangle $A B D$, seront egaux aux deux costez $E F$, $F G$, du triangle $E F G$, & les bases $A D$, $E G$ egales: (car $E G$ est egal au diametre $B D$ par la construction, & l'une & l'autre $E F$, $E G$ à $A B$, ou $A D$.) donc par la 8. p. 1. d'Eucl. les angles $A B D$, $E F G$, seront aussi egaux. Mais l'angle $A C D$, est egal à l'angle $A B D$, par la 27. p. 3. d'Eucl. & l'angle $E H G$ egal à l'angle $E F G$, comme il a esté demonsté en la prop. precedente. donc les angles $A C D$, $E H G$, seront aussi egaux. Mais les droictes $A D C$, $E G H$, sont pareillement egaux, & le costé $A D$ egal au costé $E G$, qui subtiend vn des costez egaux: Donc aussi la ligne droicte $E H$ sera egale à la ligne droicte $A C$. Nous auons donc descrit la ligne droicte $E H$ egale au diametre de la Sphere donnee $A C$. Ce qu'il falloit faire.

SCHOLIE.

Clavius dit qu'en quelque version est adionsté le Theoreme suivant.

Si en la Sphere, il y a vn cercle, d'un pole duquel soit tirée à la superficie de la Sphere, vne ligne droicte egale à vne ligne droicte tirée du mesme pole à la circonference du cercle: elle tombe en la circonference d'iceluy cercle.

En la Sphere, de A pole du cercle $B C$ soit tirée à la circonference d'iceluy, vne ligne droicte $A D$, laquelle sera moindre que le diametre de la Sphere; & par consequent que le diametre d'un grand cercle d'icelle, puis que le diametre de la Sphere, est la plus grande ligne de toutes celles tirees en la Sphere. Maintenant du mesme pole A soit tirées à la superficie de la Sphere, la ligne droicte $A E$, laquelle soit egale à la lig. droicte $A D$. Je dis qu'icelle $A E$ tombe en la circonf. du cercle $B C$. Car s'il

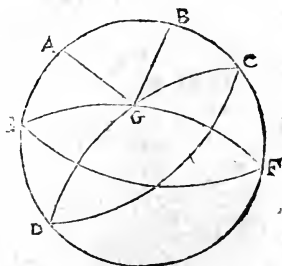


se peut; qu'elle ne tombe en la circonference d'iceluy, & par la ligne droite AE , & centre de la Sphere, soit tiré vn plan faisant en la Sphere le cercle ABC , qui sera grand par la 6. p. puis qu'il passe par le centre d'icelle Sphere. Mais le cercle ABC coupe le cercle BC es poinçts B, C . Donc la ligne droite AE ne tombe pas es poinçts B, C , puis qu'elle est posée ne tomber en la circonference du cercle BC . Estant donc tirée la ligne droite AB , elle sera, par la def. du pole, egale à la ligne droite AD ; & partant à AE . Et d'autant que l'une & l'autre AB, AE , est moindre que le diametre du grand cercle ABC , comme il a esté dit, les arcs AB, AE , qui sont segmens moindres que le demy-cercle, seront egaux, la partie & le tout. Ce qui est absurde. La ligne droite AE tombera donc en la circonference du cercle BC . Ce qui estoit proposé.

Probl. 4. Prop. 20.

Descrire vn grand cercle par deux poinçts donnez en la superficie Spherique.

En la superficie Spherique, soient donnez les deux poinçts A, B ; par lesquels il faille descrire vn grand cercle. Or si A, B , sont les poinçts opposites du diametre de la Sphere, il est certain qu'infinis grands cercles peuuent estre tirez par iceux, c'est à sçauoir estans tirez infinis plans par le diametre de la Sphere, conioignant iceux poinçts. Mais si les poinçts A, B , ne sont au diametre de la Sphere, du pole A & d'un interuale qui soit egal au costé du quarré descript en vn grand cercle, soit descript le cercle CD , qui sera grand par la 17. p. puis que la ligne droite tirée du pole à sa circonference, est egale au costé du quarré descript en vn grand cercle, à cause de l'interuale par lequel a esté descript le cercle CD . Semblablement du pole B , & du mesme interuale que dessus, soit descript le cercle EF , qui sera aussi vn grand cercle par la mesme 17. p. Or cestuy-cy coupe le premier au poinçt G , du-

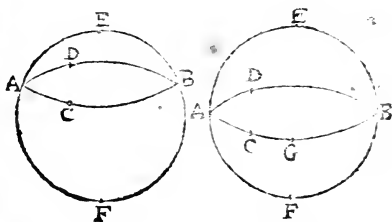


quel soient tirees aux poles A, B , les lignes droictes GA, GB , chacune desquelles sera egale au costé du quarré inscrit en vn grand cercle : car d'autant d'interuale, sont descrits des poles A, B , les cercles CD, EF . Donc GA, GB , sont egales. Maintenant du pole G , & interuale GA , soit descrit le cercle $AEDFCB$, qui sera grand par la 17. p. 1. puis que la ligne droicté GA , tiree du pole G à la circonference d'iceluy est egale au costé du quarré inscrit en vn grand cercle, comme il a esté demonsté. Mais d'autant que la ligne GB egale à icelle GA , estât tiree à la superficie de la Sphere, par le Scholie de la 19. p. tombe en la circonfé. du cercle $AEDFCB$, lequel à ceste cause sera vn grand cercle descrit par les poinçts A, B , donnez en la superficie de la Sphere. Nous auons donc descrit vn grand cercle par deux poinçts donnez en la superficie Spherique. Ce qu'il falloit faire.

Probl. 5. Prop. 21.

Trouuer le pole de quelque cercle donné en la Sphere.

Qu'il faille trouuer le pole du cercle AB donné en la Sphere; & premierement iceluy AB ne soit vn grand cercle. Estans pris comme on voudra en la circôfer. deux



poinçts C, D , par la 30. p. 3. d'Euc. soit diuisé l'un & l'autre arc CAD, CBD , en deux également és poinçts A & B , par lesquels soit descrit vn grand cercle AEB , par la prop. preced. & soit couppé l'arc AEB en deux également en E . Je dis que le poinçt E , est le pole du cercle AB . Car d'autant que les arcs AC, AD , sont egaux, & aussi BC, BD ; les arcs totals ACB, ADB , seront egaux. Parquoy veu que le grand cercle AEB coupe le petit cercle AB en deux également en A & B : il le coupera par les poles par la 14. p. Donc le poinçt E également distant de la circonference du cercle AB , est vn po-

le d'iceluy. Par mesme raison, si l'autre arc AEB est couppe en deux egalement en F : iceluy poinct F sera l'autre pole du cercle AB .

Or maintenant, soit vn grand cercle donne AB . Estans pris derechef comme on voudra les poincts C, D , & diuise les arcs CAD, CBD en deux egalement en A, B : nous demonsturerons comme dessus, que les arcs ACB, ADB , sont egaux: & partant que chacun d'iceux est montie d'un grand cercle. Estant donc diuise l'un d'iceux demy-cercle, sçauoir est ACB , en deux egalement en G , la ligne droicte GA , sub-tendant le quadrant du cercle, sera le costé du quarré descrit au grand cercle AB , comme appert par la 6. p. 4. d'Eucl. Parquoy du pole G , & interuale GA , soit descrit le cercle AEB , qui sera vn grand cercle par la 17. p. 1. puis que la ligne droicte tiree du pole G , à la circonference d'iceluy, sçauoir est au poinct A , est egale au costé du quarré descrit au grand cercle AB . Finalement soit diuise l'arc AEB en deux egalement en E . Je dis que E est vn pole du cercle AB . Car puis que le grand cercle ACB , passe par G , pole du grand cercle AEB ; iceluy AEB passera pareillement par les poles du grand cercle ACB , par le 1. Theoreme du Scholie de la 15. p. parquoy le poinct E , egalement esloigné de la circonference du cercle ACB , est vn pole d'iceluy cercle. par mesme maniere, estant diuise l'arc AEB en deux egalement en F ; F sera l'autre pole du cercle AB . Nous auons donc trouué le pole de quelconque cercle donne en la Sphere. Ce qu'il falloit faire.

SCHOLIE.

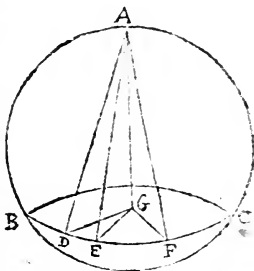
Clavius dit qu'en vne autre version sont demonstrez les deux Theoremes suiuaus.

I.

Si on prend quelque poinct en la superficie de la Sphere, & d'iceluy poinct vers la circonference de quelque cercle donne, en la Sphere; tombent plus de deux lignes droictes egales; le poinct pris est le pole d'iceluy cercle.

En la superficie de la Sphere ABC , soit pris le poinct A , duquel tombent à la circonference du cercle BC , les trois lignes droictes AD, AE, AF . Je dis que A est le pole d'iceluy cercle BC . Car ayant par la 11. p. 11. d'Eucl. tiré de A , au plan du

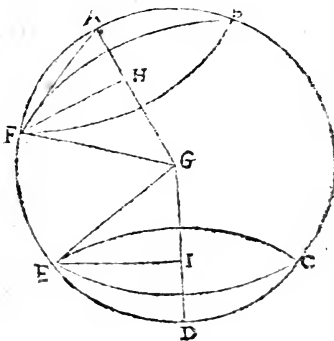
du cercle BC , la perpend. AG , & mené les lignes droictes AD , AG , EG ; elles seront toutes trois perpend. à GA par la 2. d. II. d'Eucl. Parquoy par la 47. p. I. d'Eucl. tant le quarré de AD sera egal aux quarréz de AG , GD , que le quarré de AE aux quarréz de AG , GE . & le quarré de AF aux quarréz de AG , GF : Ven donc que les quarréz des lignes egales AD , AE , AF , sont egaux; les quarréz de AG , GD , serót enséble egaux aux quarréz de AG , GE , ensemble, & aux quarréz de AG , GF , ensemble: Ostât donc le quarré de AG cōmun, resteront egaux les quarréz de GD , GE , GF ; & partant icelles lig. GD , GE , GF , seront aussi egales. Parquoy G sera le centre du cercle BC par la 9. p. 3. d'Euc. & partant la ligne droicté GA , qui est tiré du centre G perpendiculairement au cercle BC , tombera au pôle d'iceluy cercle, par le 1. Theor. du Scholie de la 8. p. Donc le point A est pôle du cercle BC . Ce qui estoit proposé.



II.

En la Sphere, les cercles des poles desquels les lignes droictes tirees aux circonférences d'iceux, sont egales; sont egaux entr'eux. Et des cercles egaux, les lignes droictes tirees des poles d'iceux à leurs circonférences, sont egales;

En la Sphere $ABCD$ EF , de laquelle G est le centre, soient deux cercles BF , CE , des poles desquels A , D , les lignes droictes AF , DE , tirees à leurs circonférences, sont egales. Je dis que les cercles BF , CE , sont egaux. Par la II. p. II. d'Eucl. soient tirees des poles A , D , les lig. AH , DI perpend. aux plans des cercles, lesquelles par la 9. p. tomberont és centres d'iceux H ,



& estans produictes, elles tomberont és autres poles; & par-

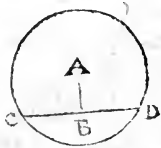
tant elles passeront par G centre de la Sphere, par la 10. p. Donc estans tirez FG, EG, semi-diametres de la Sphere, & FH, EI, semi-diametres des cercles; les costez AG, GF, du triangle AFG, seront egaux aux costez DG, GE, du triangle DEG, & les bases AF, DE aussi egaux; & partant par la 8. p. 1. d'Eucl. les angles AGF, DGE, seront egaux. Mais par la 2. d. 11. d'Eucl. les angles H, I, sont droicts. Donc les triangles FGH, EGI, ont deux angles egaux à deux angles, & le coste FG égal au coste EG, qui est opposé à l'angle droict: Parquoy par la 26. p. 1. d'Eucl. les semi-diametres FH, EI, seront egaux; & partant aussi egaux les cercles BF, CE.

Pour la seconde partie: soient les cercles egaux BF, CE. Je dis que les lignes droictes AF, DE, tirees des poles d'iceux à leurs circonferences, sont egaux entr'elles. Car ayant fait mesme construction, les semi-diametres FH, EI, seront egaux, & iceux cercles seront également distans du centre de la Sphere par la 6. p. Donc les perpend. GH, GI, seront egaux; & partant aussi egaux les autres lignes AH, DI. Parquoy les costez AH, HI, du triangle AFH, sont egaux aux costez DI, IE, du triangle DEI, & contiennent angles egaux H, I, puis que par la 2. d. 11. d'Eucl. ils sont droicts: Partant par la 4. p. 1. d'Eucl. les bases AF, DE, seront egaux. Ce qui estoit proposé à demonstrier.

Theor. 17. Prop. 22.

Si en la Sphere vne ligne droicte tiree par le centre, coupe en deux également quelque ligne droicte non tiree par le centre; elle la coupe à ang. droicts. Que si elle la coupe à angles droits, elle la coupera aussi en deux également.

En la Sphere de laquelle le centre est A, soit la ligne droicte AB, tiree par le centre, laquelle coupe en deux également la ligne droicte CD, qui n'est pas tiree par le centre. Je dis qu'icelle CD est coupee à angles droicts. Car estant tiré vn plan par les lignes AB, CD, sera fait vn cercle CD, ayant mesme centre que la Sphere, lequel par la 6. p. 1. sera vn grand cercle, puis qu'il passe par le centre de la Sphere. Et d'autant qu'au cercle CD, la ligne



SPHERIQUES DE THEODOSE. 35
droicte A B passant par son centre A, coupe en deux egale-
ment la ligne droicte C D qui ne passe par le centre ; elle la
coupera aussi à ang. droicts par la 3. p. 3. d'Eucl. & si elle
la coupe à ang. droicts, elle la coupera aussi en deux egale-
ment. Ce qu'il falloit prouuer.

SCHOLIE.

*En l'exemplaire Grec est icy adiousté vn autre Theoreme, qui
est le mesme que celuy demonstté à la 7. p. Parquoy nous auons
(auec Clavius) estimé estre inutile de le repeter icy.*

Fin du premier liure des Spheriques de Theodose.

SECOND LIVRE DES SPHERIQUES DE THEODOSE.

Definition.

En la Sphere, les cercles sont dictz se toucher mutuelle-
ment, quand la commune section des plans touche l'vn &
l'autre cercle.

Theor. 1. Prop. 1.

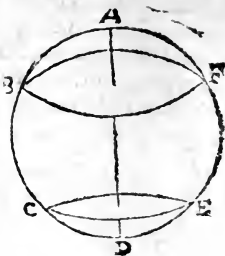
*En la Sphere, les cercles parallels, sont à l'en-
tour mesmes poles.*



EN la Sphere A B C D E F, soient les cer-
cles parallels B F, C E : Je dis qu'ils sont
à l'entour mesmes poles. Car par la 21. p. 1.
soient trouuez A, D, poles du cercle B F,
& soit tiree la ligne droicte A D, laquel-
& le sera perpendiculaire au cercle B F,
& passera par le centre de la Sphere par la 10. p. 1. Et d'au-
tant que le cercle B F est parallel au cercle C E ; la ligne

E ij.

droicte AD sera aussi perpendicul. à iceluy cercle CE , par la conuerse de la 14. p. 11. d'Eucl. Parquoy puis qu'icelle AD passe par le centre de la Sphere, elle tombera és poles du cercle CE par la 8. p. 1. Donc A , D , sont les poles du cercle CE : Mais ils sont aussi poles du cercle BF . Partant en la Sphere, les cercles parallèles BF , CE , sont à l'entour les mesmes poles A , D . Ce qu'il falloit demonst. r.



Theor. 2. Prop. 2.

En la Sphere, les cercles qui sont à l'entour mesmes poles, sont parallèles.

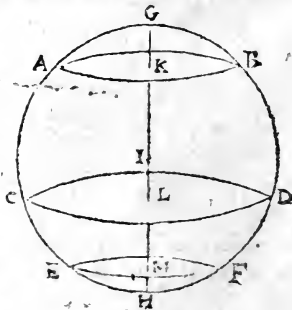
En la mesme Sphere $ABCD E F$, soient les cercles BF , CE , à l'entour mesmes poles A , D . Je dis qu'iceux cercles sont parallèles. Car estant tirée la ligne droicte AD ; elle sera perpendicul. à chasque cercle par la 10. p. 1. parquoy les plans des cercles BF , CE , sont parallèles, par la 14. p. 11. d'Euc. Ce qu'il falloit prouuer.

SCHOLIE.

Clavius dit qu'en une autre version est aussi démontré le Theoreme suivant.

En la Sphere, il n'y a que deux cercles egaux & parallèles.

En la Sphere, soient, si faire se peut, plus de deux cercles egaux & parallèles: sçavoir les trois AB , CD , EF , lesquels par la 1. p. 2. seront à l'entour mesmes poles. Les poles d'iceux soient donc G , H , & soit tirée la ligne droicte GH , qui passera par I centre de la Sphere, & par K , L , M , centres des cercles par la 10. p. 1. & sera

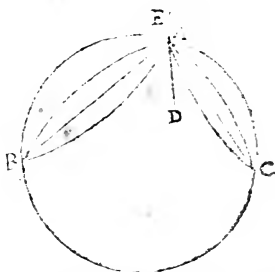


perpend. à iceux cercles AB, CD, EF : lesquels estans egaux, ils seront également distans de I centre de la Sphere, par la 6. p. 1. & par consequent les perpend. IK, IL, IM , seront egales, sçavoir est la partie IL , & le tout IM . Ce qui est absurde. Il n'y a donc pas en la Sphere plus de deux cercles egaux & parallels. Ce qu'il falloit prouver.

Theor. 3. Prop. 3.

Si en la Sphere, deux cercles couppent en un mesme poinct la circonference d'un grand cercle, auquel ils ont leurs poles; ces cercles là s'entre-touchent.

En la Sphere, soient les deux cercles AB, AC , couppans au poinct A la circonference d'un grand cercle ABC , lequel passe par les poles d'iceux. Je dis que les cercles AB, AC , s'entre-touchent en A . Car d'autant que le grand cercle ABC , coupe les



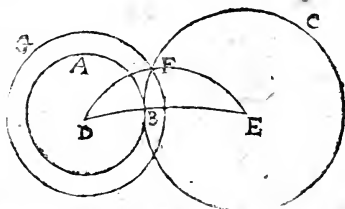
cercles AB, AC , par les poles, il les coupera aussi en deux également & à angles droicts par la 15. p. 1. Donc les communes sections du cercle ABC , & des cercles AB, AC , sçavoir les lignes droictes AB, AC , sont diametres d'iceux cercles AB, AC . Pareillement que la commune section des plans esquels sont les cercles AB, AC , soit la ligne droicte DE , laquelle passera par le poinct A , à cause que les plans des cercles sont posez coupper le cercle ABC en A . Et d'autant que le plan du cercle ABC a esté demonstré perpendiculaire aux plans des cercles AB, AC , aussi les plans d'iceux cercles AB, AC , seront perpend. au plan du cercle ABC : & partant aussi DE commune section d'iceux, sera perpend. au mesme plan du cercle ABC par la 19. p. 11. d'Euc. elle sera donc aussi perp. aux diametres AB, AC , estans en vn mesme plan, par la 2. d. 11. d'Eucl. Et partant

38 PREMIER LIVRE DES
 par le Corol. de la 16. p. 3. d'Eucl. D E touche en A chas-
 que cercle A B , A C . Parquoy par la def. de ce liure, les
 cercles A B, A C, s'entre-touchent au point A. Ce qu'il fal-
 loit prouver.

Theor. 4. Prop. 4.

*Si en la Sphere, deux cercles s'entre-touchent,
 un grand cercle descrit par leurs poles, passera
 par l'attouchement d'iceux.*

Qu'en la Sphere les
 cercles A B , C B,
 s'entre-touchent en
 B ; & par D pole du
 cercle A B , & par E
 pole du cercle C B ,
 soit descrit par la 20.
 p. 1. le grand cercle D
 E . Je dis qu'iceluy

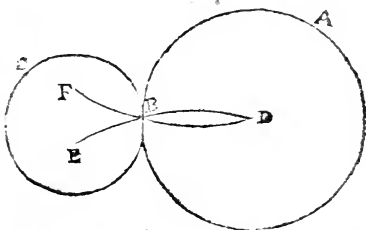


cercle D E passe par l'attouchement B. Car qu'il n'y passe
 s'il se peut faire; mais qu'il coupe la circonference
 (pour exemple) du cercle C B en F. Donc du pole D & in-
 tervale D F, soit descrit le cercle F G, lequel coupera la
 circonférence du cercle C B en F, puis qu'il est descrit d'un plus
 grand intervalle que le cercle A B, qui touche le mesme cer-
 cle C B au point B, pardelà lequel le cercle G F est descrit
 du pole D. Et d'autant qu'en la Sphere les deux cercles G F,
 C B, couppent à un mesme point F, la circonference du
 grand cercle D F E, descrit par les poles d'iceux; iceux cer-
 cles G F, C B, s'entre-toucheront en F par la prec. p. Mais il a
 esté dit qu'ils s'entre-couppent aussi en F: Ce qui est ab-
 surde. Donc le grand cercle D E ne coupe pas les cercles
 A B, C B, ailleurs qu'en l'attouchement B; & partant il
 passera par l'attouchement d'iceux. Ce qui estoit à prouver.

Theor. 5. Prop. 5.

*Si en la Sphere, deux cercles s'entre-touchent, le
 grand cercle descrit par les poles de l'un, &
 par l'attouchement des deux cercles, passera*

En la Sphere,
 soient les deux cer-
 cles, A B, C B s'en-
 tretouchâs en B; &
 les poles d'iceux
 soient D, E. Je dis
 que le grand cer-
 cle descrit par D,
 pole du cerle A B,



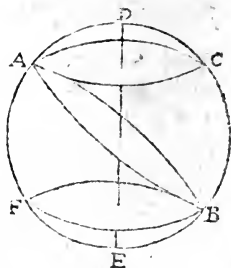
& par l'attouche-
 ment B, passe aussi par E pole du cercle C B. Car s'il se peut
 faire, qu'il ne passe par E, mais par quelque autre poinct F,
 tel qu'est le grand cercle D B F: par la 20. p. 1. soit aussi des-
 crit par les poles D, E, le grand cercle D E, lequel passera
 par l'attouchement B, par la preced. proposi. & partant les
 deux grands cercles D B F, D B E, s'entrecouperont en
 deux également en D & B. Donc l'un & l'autre arc D B sera
 demy cercle. Mais d'autant qu'en la Sphere vn grand cer-
 cle passant par l'un des poles de quelque cercle, passe aussi
 par l'autre pole, par le Corol. du 1. Theor. du Scholie de la
 20. p. 1. & qu'entre les deux poles d'un mesme cercle est in-
 terposé le demy-cercle d'un grand cercle; il arriue que D
 estant vn des poles du cercle A B, le poinct B est l'autre po-
 le. Ce qui est absurde. Car B est en la circonference du cer-
 cle. Donc le grand cercle D B passe par E. Ce qu'il falloit
 prouuer.

Theor. 6. Prop. 6.

*Si en la Sphere vn grand cercle touche quelqu'un
 des cercles. descrits en la superficie Spherique;
 il touchera aussi l'autre egal & parallel à
 iceluy.*

Qu'en la Sphere le grand cercle A B touche le cercle A
 C en A. Je dis que le cercle A B touche aussi l'autre cer-
 cle egal & parallel à iceluy A C. Car soit D pole du cer-
 cle A C; & par D, A, soit descrit vn grand cercle D A,

par la 10. prop. 1. lequel passera par les poles du cercle A B par la preced. prop. puis qu'il passe par D pole du cercle A C, & par l'atouchement A. Or ayant pris E autre pole du cercle A C, soit tiree la ligne droiète DE, laquelle par la 10. prop. 1. passera par le centre de la Sphere; & partant sera diametre d'icelle. Donc du pole E, & interuale E B soit descript le cercle B F. Je dis que le grand cercle A B, touche le cercle B F en B, & le cercle B F estre egal & parallel au cercle A C. Car puis que par la 10. p. 1. la lig. droiète DE passant par les poles des cercles A C, B F, est perpend. a iceux cercles, les cercles A C, B F seront parallels par la 14. p. 11. d'Eucl. Derechef puis que par la 11. p. 1. en la Sphere les grands cercles se couppent en deux egalemēt, A C B sera vn demy-cercle; & partant egal au demy-cercle D C E: ostant donc l'arc commun B D, resteront egaux les arcs D A, E B; & partant par la 29. p. 3. d'Eucl. les lignes droiètes D A, E B, tirees des poles D, E, aux circonferenc. des cercles A C, B F, seront egales. Parquoy par le 2. Theor. du Scholie de la 21. p. 1. les cercles A C, B F, sont egaux. Finalement puis que les cercles A B, B F, couppent en vn mesme point B, la circonference du grand cercle A E B, qui passe par leurs poles; ils s'entre-toucheront en B par la 3. p. 2. parquoy le grand cercle A B, touchant en la Sphere le cercle A C, touche pareillement l'autre cercle B F egal & parallel à iceluy A C. Ce qui estoit à demonstrier.



COROLLAIRE.

De cecy est manifeste, que les points d'atouchement A, B, sont diametralement opposites. Car il a esté demonstrier que A C B est demy-cercle, & partant que la ligne droiète tiree de A à B est diametre de la Sphere, ou du grand cercle A C B. &c.

Theor.

Theor. 7. Proposit. 7.

S'il y a en la Sphere deux cercles egaux & parallels, le grand cercle qui touchera l'un d'iceux, touchera pareillement l'autre.

En la mesme Sphere, soient les cercles egaux & parallels AC, BF ; & que le grãd cercle AB touche le cercle AC . Je dis que AB touche aussi BF . Car si AB ne touche BF , il en touchera vn autre egal & parallel à iceluy AC par la preced. prop. Veu donc que BF a esté posé aussi egal & parallel au mesme AC ; il y aura trois cercles egaux & parallels en la sphere: c'est à sçauoir AC, BF , & cét autre là que AB touche. Ce qui est absurde. Car il n'y peut auoir en la Sphere plus de deux cercles egaux & parallels, ainsi qu'il a esté demonsté au Scholie de la 2. prop. Le cercle AB touche donc le cercle BF . Ce qu'il falloit prouuer.

SCHOLIE.

Clavius dit qu'en autre version est aussi demonsté le Theoreme suivant.

En la Sphere les cercles parallels, lesquels quelque grand cercle touche, sont egaux entr'eux.

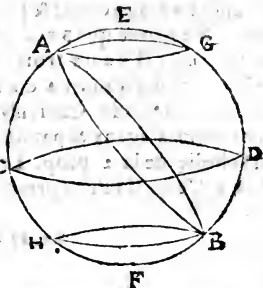
En la precedente figure soient les deux cercles parallels AC, BF , lesquels le grand cercle AB touche en A, B . Je dis que les cercles AC, BF , sont egaux entr'eux. Car d'autant qu'ils sont parallels, ils seront à l'entour mesmes poles par la 1. p. 2. lesquels soient D, E : par lesquels & par les poles du cercle AB , soit décrit par la 20. p. 1. le grand cercle AEB , qui passera par les at-
touchemens A, B , par la 4. p. 2. Et d'autant qu'en la Sphere les grands cercles s'entre-couppent en deux également, ADB sera vn demy-cercle; & partant egal au demy cercle DBE : Ostant donc l'arc commun DB ; resteront egaux les arcs DA, EB : & partant par la 29. p. 3. d'Eucl. les lignes droictes DA, EB , tirees des poles D, E , aux circonferences des cercles AC, BF , seront egales. Parquoy les cercles AC, BF , seront egaux, par le 2. Theoreme du Scholie de la 21. p. 1. Ce qui estoit proposé.

Theor. 8. Prop. 8.

Si en la Sphere il y a vn grand cercle oblique à quelque cercle de la Sphere, il touchera deux cercles égaux entr'eux, & parallèles à iceluy cercle auquel il est oblique.

En la Sphere, soit le grand cercle AB oblique à quelconque cercle CD . Je dis que le cercle AB touche deux cercles égaux entr'eux, & parallèles à iceluy CD .

Qu'ainsi ne soit: Soient trouvez par la 21. p. 1. E, F , poles du cercle CD , par lesquels, & par les poles du cercle AB , soit décrit par la 20. p. 1. vn grand cercle EAB coupant AB en A & B : puis du pole E



& interuale EA soit décrit le cercle AG . Et d'autant que les cercles AB, AG , coupent en vn mesme point A , le grand cercle EAB , qui passe par leurs poles; ils s'entretouchent en A , par la 3. p. 2. Donc le grand cercle AB touchant le cercle AG , entouchera vn autre égal & parallèle à iceluy, par la 6. p. 2. lequel soit BH . Mais pource que par la 1. p. 2. les cercles parallèles AG, BH , sont à l'entour mesmes poles E, F ; lesquels sont aussi poles du cercle CD ; les trois cercles AG, CD, BH , seront à l'entour mesmes poles; & partant seront parallèles entr'eux par la 2. p. 2. Donc le grand cercle AB , touche les deux cercles AG, BH , égaux entr'eux, & parallèles à CD , auquel il est oblique. Ce qu'il falloit prouuer.

SCHOLIE.

Clavius dit qu'en ce lieu est démontré en vne autre version le Theoreme suivant.

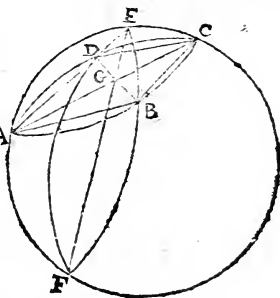
Si en la Sphere vn grand cercle touche quelqu'un des cercles en la superficie Spherique; il sera oblique aux autres cercles parallels à celuy qu'il touche, lesquels il coupe.

En la mesme figure, que le grand cercle AB touche le cercle AG , mais qu'il coupe le cercle CD parallel à iceluy AG . Je dis que le cercle AB est oblique au cercle CD . Car d'autant que le grand cercle AB , touchant le cercle AG , ne passe par les poles d'iceluy; (car s'il estoit tiré par les poles de AG , il ne le toucheroit, ains le couperoit en deux également par la 15. p. 1.) & partant ne passe aussi par les poles du cercle CD ; (car les cercles parallels AG, CD ont mesmes poles par la 1. p. 2.) le grand cercle AB ne coupera le cercle CD à angles droicts, autrement il passeroit par les poles d'iceluy par la 13. p. 1. Le cercle AB est donc oblique au cercle CD . Ce qui estoit proposé.

Theor. 9. Prop. 9.

Si en la Sphere deux cercles s'entrecouppent, le grand cercle tiré par les poles d'iceux, coupera en deux également les segmens d'iceux cercles.

En la Sphere, soient les deux cercles $ABCD$, $EDFB$, s'entrecouppans es poinçts B, D ; & par les poles d'iceux soit descrit par la 20. p. 1. le grand cercle $AFC E$, couppant les susdits cercles es poinçts A, C, E, F . Je dis que le cercle $AFC E$ coupe en deux également les segmens BAD, BCD, BED, BFD .



Car d'autant que par la 15. p. 1. le grand cercle $AFC E$ coupe les cercles $ABCD, EDFB$, en deux également, & à angles droicts; (car il est tiré par les poles d'iceux; les communes sections AC, EF , qu'il faict avec iceux, seront diametres des susdits cercles s'entrecouppans en G : car les lignes droictes AC, EF , s'entrecoupperont, veu qu'elles sont en

vn mesme plan du cercle $A F C E$, & le point E est entre les points A & C , & le point F entre les mesmes points. Soient tirees les lignes droictes $B G$, $D G$; & les trois points B , G , D , seront en l'un & l'autre plan des cercles $A B C D$, $E D F B$; & partant en la commune section d'iceux. Or par la 3. p. 11. d'Eucl. la commune section d'iceux est vne ligne droicte: Donc $B G D$ sera vne ligne droicte. Et d'autant qu'il a esté demonstrez que le cercle $A F C E$, coupe à angles droicts les cercles $A B C D$, $E D F B$; aussi chacun d'iceux sera à angles droicts sur $A F C E$; & partant $B D$ commune section d'iceux sera pareillement perpendiculaire au mesme cercle par la 19. p. 11. d'Eucl. Donc par la 2. d. 11. d'Eucl. les angles $B G A$, $D G A$, $B G C$, $D G C$, seront droicts. Parquoy veu que le diametre $A C$, passe par le centre du cercle $A B C D$, & coupe la ligne droicte $B D$ à angles droicts; il la coupera en deux également par la 3. p. 3. d'Eucl. Ainsi les costez $A G$, $G B$, sont égaux aux costez $A G$, $G D$, & contiennent angl. égaux, sçauoir droits; & par la 4. p. 2. d'Eucl. les bases $A B$, $A D$, subtendantes des arcs $A B$, $A D$, seront égales entr'elles; & partant aussi égaux iceux arcs $A B$, $A D$, par la 28. p. 3. d'Eucl. En la mesme maniere seront demonstrez égaux les arcs, $C B$, $C D$; & aussi les arcs $E B$, $E D$; & $F B$, $F D$. Donc le cercle $A F C E$ coupe en deux également les segmens $B A D$, $B C D$, $B E D$, $B F D$. Ce qu'il falloit prouuer.

S C H O L I E.

Clavius dict qu'en vne autre version sont demonstrez en ce lieu les deux Theoremes suiuaus.

I.

Si en la Sphere deux cercles s'entre-couppent, & vn autre cercle coupe en deux également les segmens d'iceux; il passe par leurs poles, & est vn grand cercle.

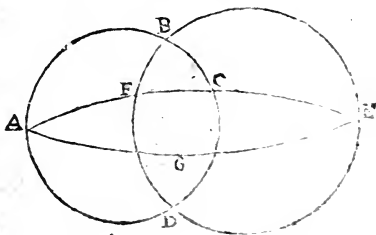
En la mesme Sphere, soient les deux cercles $A B C D$, $E D F B$, s'entre-couppans es points B , D , & que quelque autre cercle $A F C E$, coupe les segmens $B A D$, $B C D$, $B E D$, $B F D$, en deux également. Je dis que le cercle $A F C E$ passe par les poles d'iceux, & est vn grand cercle. Car d'autant que les arcs $A D$, $A B$, sont égaux, & aussi $C D$, $C B$; seront pareillement égaux les arcs totaux $A D C$, $A B C$; & partant ils seront demy cercles. En la mesme maniere $E D F$, $E B F$, seront demonstrez estre aussi demy cercles. Donc le cercle $A F C E$ coupe en deux également les cercles $A B C D$, $E D F B$; &

partant les communes sections AC, EF , s'entre-coupons en G , sont diametres d'iceux. Que si on tire les lignes droictes BG, DG , veu que les trois points B, G, D , sont en l'un & l'autre plan des cercles $ABCD, EDEF$, & partant en la commune section d'iceux, laquelle est vne ligne droicte par la 3. p. 11. d'Eucl. BGD sera vne ligne droicte. Mais pource que par la 29. p. 3. d'Eucl. les lignes droictes subtendantes DA, DC , sont égales aux subtendantes BA, BC , chacune à la sienne, à cause des arcs égaux; & par la 31. p. 3. d'Eucl. contiennent angles égaux, sçavoir droicts, estans en demy cercles; par la 4. p. 1. d'Eucl. les angles DAC, BAC , seront égaux. Derechef puis que les costez AD, AG , sont égaux aux costez AB, AG , & qu'ils contiennent angles égaux, comme il a esté demonstrez; les angles AGD, AGE , seront égaux par la 4. p. 1. d'Eucl. & partant droicts. Donc BGD est perpendiculaire à la ligne droicte AC . En la mesme maniere sera demonstrez que la mesme ligne BGD est perpendiculaire à la ligne droicte EF . Parquoy icelle BGD sera perpend. au plan du cercle $AFCE$ tiré par les lignes droictes AC, EF , par la 4. p. 11. d'Eucl. & partant l'un & l'autre plan des cercles $ABCD, EDEF$, tirez par la ligne droicte BGD , sera aussi perpendiculaire au mesme plan du cercle $AFCE$, par la 18. p. 11. d'Eucl. aussi semblablement le cercle $AFCE$, sera perpendiculaire aux cercles $ABCD, EDEF$. Parquoy le cercle $AFCE$, coupe les cercles $ABCD, EDEF$, en deux également, & à angles droicts: & par le 3. Theo. du Sch. de la 15. p. 1. $AFCE$ est un grand cercle, & passe par les poles d'iceux $ABCD, EDEF$. Ce qui estoit proposé.

II.

Si en la Sphere deux cercles s'entre-couppent, le grand cercle couppant en deux également deux quelconques segmens d'iceux, ayant toutesfois l'arc posé entre iceux segmens inegal au demy cercle; il passe par les poles d'iceux, & coupe en deux également les deux autres segmens.

En la Sphere, soient les deux cercles $ABCD, EDEF$, s'entre-coupons es points B, D ; & que le grand cercle $AECF$, coupe deux quelconques segmens d'iceux, sçavoir BAD, BED , en deux également es points

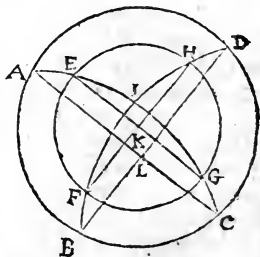


A, E, & l'arc AFCE intercept entre les susdits segmens, n'est demy cercle. Je dis que le cercle AFCE, passe par les poles des cercle ABCD, EBFD, & coupe en deux également les deux autres segmens BCD, BFD. Car si le cercle AFCE ne passe par les poles d'iceux, soit descrit, si faire se peut, par lesdits poles un autre grand cercle AGE, qui coupera en deux également les segmens d'iceux par la 9.p.2. & partant passera par les points A, E. Or par la 11.p.1. les grands cercles AFCE, AGE, s'entre-couperont en deux également en A, E: & partant AFCE sera un demy cercle. Ce qui est contre l'hypothese. Donc le cercle AFCE passe par les poles des cercles ABCD, EBFD: Parquoy par la 9.p.2. il coupera en deux également les segmens d'iceux. Ce qui estoit propose.

Theor. 10. Prop. 10.

S'il y a en la Sphere des cercles parallels, par les poles desquels, soient descrit des grands cercles: des parallels, les circonferences interceptes entre les grands cercles, sont semblables: mais des grands cercles, les circonferences comprises entre les cercles parallels, sont égales.

En la Sphere, soient les cercles parallels ABCD, EFGH, le pole desquels est I: (car en la Sphere les cercles parallels sont à l'entour mesmes poles par la 1.p.2.) & par I soient descrit les grands cercles AEIGC, BFHD. Je dis que les circonferences AB, EF, des cercles parallels, sont semblables; comme aussi BC, FG; Item CD, GH; & DAHE: Et que des grands cercles, les circonferences comprises entre les parallels, sçavoir est AE, BF, CG, DH, sont égales. Car les communes sections du cercle AIC, & des parallels, soient les



lignes droictes $A C, E G$, lesquelles seront paralleles, par la 16. p. 11. & les communes sections du cercle $B I D$, & des meismes parallels, soient les lignes droictes $B D, F H$, qui seront semblablement paralleles. Et pource que les grands cercles $A I C, B I D$, descript par les poles des cercles parallels couppent iceux parallels en deux également par la 15. p. 1. les lignes droictes $A C, B D$, seront diametres du cercle $A B C D$, & le poinct L , où ils s'entre-couppent sera le centre d'iceluy cercle: Item $E G, F H$, diametres du cercle $E F G H$, & le poinct K , où ils s'entre-couppent, centre du mesme. Donc puis que les lignes droictes $E K, K F$, sont paralleles aux lignes droictes $A L, L B$, & sont en diuers plans; les angles $E K F, A L B$, aux centres K, L , seront égaux, par la 10. p. 11. d'Eucl. Or l'angle $E K F$ est soustenu par la circonference $E F$, & l'angle $A L B$ par la circonference $A B$; & partant est manifeste par la 10. d. 3. d'Eucl. que la circonference $A B$ est semblable à la circonference $E F$. En la mesme maniere seront demonstrees semblables les circonferences, $B E, F G; C D, G H; \& A D, E H$.

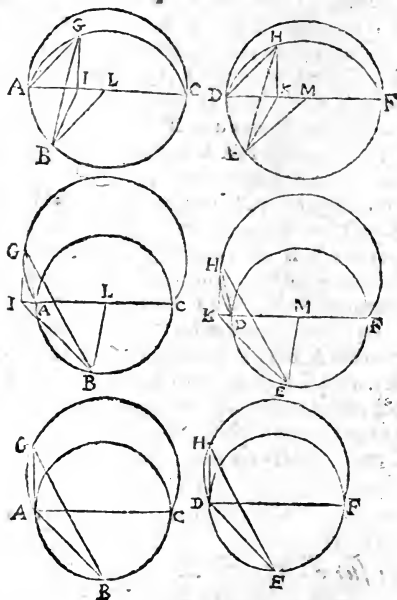
Derechef, puis que les lignes droictes tirées du pole I , aux poincts A, B, C, D , sont égales par la def. du pole; par la 28. p. 3. d'Eucl. seront aussi égaux les arcs $I A, I B, I C, I D$. Et par mesme raison seront égaux les arcs $I E, I F, I G, I H$. Parquoy les circonferences restantes $A E, B F, C G, D H$, seront égales entr'elles. Ce qu'il falloit prouuer.

Theor. 11. Prop. 11.

Si sur diametres de cercles égaux, sont esleués à angles droicts égaux segmens de cercles, desquels soient prises égales circonferences, chacune desquelles commençant l'extremité de son segment, soit moindre que la moitié de la circonference entiere du segment, & que des poincts terminans les égales circonferences, soient tirées des lignes droictes égales aux circonferences des cercles premierement po-

sez; icelles circonferences des cercles premierement posez interceptes entre icelles lignes droictes & les extremittez des diametres, seront égales.

Soient les cercles égaux ABC , DEF , desquels les diametres sont AC , DF , sur lesquels sont esleuez à angles droicts les égaux segmens de cercles AGC , DHF , & soient pris arcs égaux AG , DH , tellement que les poinçts G , H , coupent inégalement les segmens AGC , DHF ; finalement qu'és circonferéces des cercles ABC , DEF , tombent



les lignes droictes égales GB , HE . Je dis que les circonferences AB , DE , sont égales. Soient menées de G , H , les lignes droictes GI , HK , perpendiculaires aux plans des cercles ABC , DEF , lesquelles par la 38. p. II. d'Eucl. tomberont és communes sections AC , DF , és poinçts I , K : & estans pris L , M , centres des cercles ABC , DEF , soient tirées les lignes droictes LB , BI , AG ; ME , EK , DH : Et premierement que les poinçts I , K , tombent és semi-diametres AL , DM . D'autant que les arcs AGC , DHF , sont égaux, & aussi les arcs AG , DH ; les arcs CG , FH , seront pareil-

pareillement égaux ; & partant égaux les angles GAC , HDF , par la 27 p. 3. d'Eucl. Mais les angles $AI G$, DKH , sont aussi égaux, pource qu'ils sont droicts par la 2. d. 11. d'Eucl. Parquoy les deux triangles $AI G$, DKH , ont les deux angles GAI , $AI G$ égaux aux deux angles $HD K$, DKH : Mais ils ont aussi le costé AG égal au costé DH , par la 29. p. 3. d'Eucl. (à cause de l'égalité des arcs AG , DH .) Donc par la 26. p. 1. d'Eucl. le costé AI sera égal au costé DK , & le costé GI au costé HK . Et pource que les angles GIB , HKE , sont droicts par la 2. d. 11. d'Eucl. les quarez de GB , HE , qui sont égaux entr'eux, à cause de l'égalité des lignes droictes GB , HE , seront égaux aux quarez de GI , IB , & de HK , KE , par la 47 p. 1. d'Eucl. & partant les quarez de GI , IB , seront égaux aux quarez de HK , KE . Ostant donc les quarez égaux des lignes droictes égales GI , HK , resteront égaux les quarez des lignes IB , KE ; & partant égales icelles lignes IB , KE . Et pource que AL , DM , semi-diametres des cercles égaux, sont égaux ; & il a esté démontré que AI , DK , sont aussi égaux ; pareillement les autres IL , KM , seront égales. Parquoy les costez IL , LB , seront égaux aux costez KM , ME : & il a esté démontré que les bases IB , KE , sont aussi égales : Donc par la 8. p. 1. d'Eucl. les angles L , M , aux centres, seront égaux ; & partant aussi égaux les arcs AB , DE , par la 26. p. 3. d'Eucl.

Maintenant, que les poincts I , K , tombent és semi-diametres LA , MD , prolongez vers A & D : Ce qui peut aduenir quand les segmens AGC , DHF , sont plus grands que le demy-cercle ; & soit fait mesme construction que dessus. Nous démonstrerons comme deuant que les angles GAC , HDF , sont égaux ; & partant puis que par la 13. p. 1. d'Eucl. tant GAC , GAI , que HDF , $HD K$, sont égaux à deux droicts, aussi GAI , $HD K$, seront égaux. Et veu que les angles IK , sont aussi égaux, sçauoir droicts, & les costez GA , HD , égaux par la 29. p. 3. d'Eucl. à cause des arcs égaux AG , DH ; par la 26. p. 1. d'Eucl. les lignes droictes GI , IA , seront égales aux lignes droictes HK , KD ; & partant les toutes IL , KM , seront égales entr'elles. Nous démonstrerons donc comme deuant que la ligne droicte IB est égale à la ligne droicte KE , & l'angle L à l'angle M , & finalement l'arc AB à l'arc DE .

En troisieme lieu, que les perpendiculaires menees de G ,

H, sur les plans des cercles ABC, DEF, tombent es poinçts A, D: Ce qui peut aussi arriuer quand les segmens A G G, D H F, sont plus grands que le demy-cercle. Estans donc tirées les lignes droictes AB, DE, les angles GAB, HDE, seront droictz par la 2. d. 11. d'Eucl. Parquoy (comme deuant) les quarrez des lignes droictes GA, AB, seront égaux aux quarrez des lignes droictes HD, DE. Mais les quarrez de GA, HD, sont égaux, pource que par la 29. p. 3. d'Eucl. les lignes droictes GA, HD, sont égales, à cause de l'égalité des arcs AG, DH. Donc aussi les quarrez de AB, DE, seront égaux; & par consequent les lignes droictes AB, DE, seront égales. Parquoy les arcs AB, DE, seront aussi égaux. Ce qui estoit proposé.

Theor. 12. Prop. 12.

Si sur les diametres de cercles égaux sont esleuez égaux segmens de cercles, & que d'iceux segmens soient prises égales circonferences aux extremittez des segmens, moindres que les demyes parties d'iceux, & que d'iceux cercles soient prises égales circonferences, vers les mesmes parties qui sont aux extremittez des diametres; les lignes droictes tirées des poinçts es circonferences des segmens aux poinçts des circonferences des cercles, seront égales.

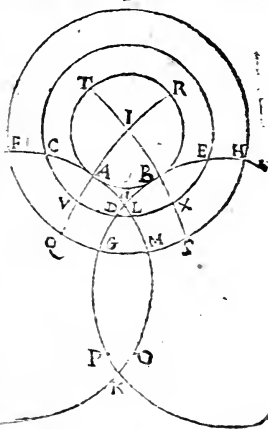
Soient repetees les figures de la proposition precedente avec les mesmes constructions, & soient posez les arcs AB, DE, égaux. Je dis que GB, HE, sont aussi égales. Car puis que comme il a esté démontré en la preced. prop. les lignes droictes AI, IG, sont égales aux lignes droictes DK, KH; seront aussi égales IL, KM. Ainsi IL, LB, sont égales aux lignes droictes KM, ME, & contiennent angles égaux à L, M, à cause des arcs égaux AB, DE; & par la 4. p. 1. d'Eucl.

les bases IB, KE , seront egales. Parquoy veu que les costez GI, IB , sont egaux aux costez HK, KE , & contiennent angles egaux GIB, HKE , sçauoir droicts par la 2. d. 11. d'Eucl. par la mesme 4 p. 1. les bases GB, HE , seront egales. Ce qu'il falloit prouuer.

Theor. 13. Prop. 13.

Si en la Sphere il y a des cercles parallels, & que on descrive des grands cercles qui touchent vn des parallels, mais qui coupent les autres; les circonferences des parallels interceptes entre les demy cercles des grands cercles, qui ne concurrent point, seront semblables: Mais des grands cercles, les circonferences comprises entre deux quelconque parallels, seront egales.

En la Sphere, soient les cercles parallels AB, CDE, FGH , qui par la 1. p. 2. auront vn mesme pole I : & que les grands cercles AFK, BHK , touchent le parallel AB es pointcs A, B , & coupent les autres es pointcs F, C, L, M, H, E, D, G : Mais qu'ils s'entrecouppent en K, N , afin que AMN, NFK, KGN, NHK , soient demy cercles: car par la 11. p. 1. les grands cercles s'entrecouppent en deux egale-
ment. Soit pareillement pris l'arc KO egal à l'arc NA , & l'arc KP egal à l'arc NB , afin que AMO, OFA, BGP, PHB , soient pareillement semi-cercles. Donc les demy cercles AMO, BHP , ne se rencontreront point, puis qu'ils ne s'entrecouppent. En la mesme maniere BGP .



A F O, seront demy-cercles ne se rencontrant. Je dis que les arcs des parallels A B, L E, M H, intercepts entre les demy cercles A M O, B H P, qui ne se rencontrent, sont semblables; Ité que les arcs A B, C D, F G, intercepts entre les demy cercles B G P, A F O ne se rencontrans, sont aussi semblables: Et que des grands cercles, les arcs A C, A L, B D, B E, compris entre les parallels A B, C D E, sont egaux; comme aussi les arcs C F, L M, D G, E H, compris entre les parallels C D E, F G H; & les arcs A F, A M, B G, B H, compris entre les parallels A B, F G H. Car par le pole I, & par les poinçts d'attouchemens A, B, soient descript par la 20. p. 1. les grands cercles Q A I R, S B I T, couppans les parallels en Q, S, V, X. Par la 5. p. 2. ces grands cercles-cy passeront aussi par les poles des cercles A F K, B H K; & partant par la 9. p. 2. ils coupperont en deux egalement les segmens C A L, D B E, C V L, D X E; & F A M, G B H, F Q M, G S H: Et par la 15. p. 1. les mesmes cercles coupperont à angles droicts les parallels A B, C D E, F G H, & les grands cercles A F K, B H K. Donc puis que sur les diametres des cercles egaux A F K, B H K, sont esleuez à angles droicts, segmens de cercles egaux, sçavoir les demy-cercles commençans aux poinçts A, B, & passans par I, iusques a ce que derechef ils couppent les cercles A F K, B H K; & par la 28. p. 3. d'Eucl. les arcs A I, B I, sont egaux; (pource que par la def. du pole les lignes droictes I A, I B, sont egales) lesquels sont moindres que les demies parties des cercles: (car veu qu'ils sont moities des arcs A I R, B I T, pource que par la def. du pole, les lignes droictes de I aux poinçts A, B, R, T, sont egales, & partant aussi les arcs par la 28. p. 3. d'Eucl. Mais les arcs A I R, B I T, sont moindres que le demy-cercle, pource que les demy cercles tendent de A & B, par I, iusques aux cercles A F K, B H K; les arcs A I, B I, seront moindres que les demies parties d'iceux cercles.) sont pareillement egales les lignes droictes I C, I E par la def. du pole; les arcs A C, B E, seront egaux, par la 11. p. 2. Mais A C est egal à A L, & B E à B D, à cause que les arcs C A L, D B E, sont coupeez en deux egalement. comme il a esté demonsté. Donc les quatre arcs A C, A L, B E, B D, sont egaux. En la mesme maniere seront demonstrez egaux les 4. arcs A F, A M, B H, B G; & par consequent, sont aussi egaux les autres arcs C F, L M, E H, D G.

Or d'autant que les arcs totals C A L, D B E, sont egaux,

SPHERIQUES DE THEODOSE. 33

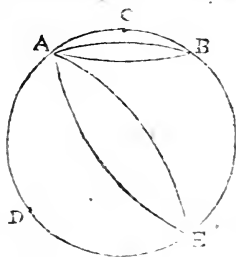
pource que les moiez d'iceux sont egaux, comme il a esté démontré; les lignes droictes subtendantes CL, DE , seront aussi egales par la 29. p. 3. d'Eucl. lesquelles subtendent aussi les arcs CVL, DXE ; & partant les arcs des parallèles CVL, DXE , seront egaux par la 28. p. 3. d'Eucl. Veut donc qu'ils sont coupez en deux également en V, X ; comme il a esté dit; les moities d'iceux, (çauoir les quatre arcs CV, VL, DX, XE , seront egaux. Si donc aux arcs egaux CV, DX , on adiouste l'arc commun VD ; les arcs CD, VX , seront egaux. Mais par la 10. p. 2 l'arc VX est semblable à l'arc VB : Donc aussi CD sera semblable au mesme AB . En la mesme maniere on démontrera FG estre semblable au mesme AB ; & aussi que les arcs EL, HM , sont semblables au mesme arc AB . Ce qu'il falloit prouuer.

Probl. 1. Prop. 14.

Estant donné vn cercle en la Sphere, qui soit moindre qu'un grand cercle, & quelque poinct donné en la circonference d'iceluy; par iceluy poinct descrire vn grand cercle qui touche le cercle donné.

En la Sphere soit donné le cercle non grand AB , duquel le pole est C : Et il faut par le poinct A donné en la circonference, descrire vn grand cercle qui touche le cercle AB .

Par le pole C , & par le poinct A , soit décrit par la 20. p. 1. vn grand cercle $CADEB$, auquel soit pris le quadrant AD , & du pole D , & interuale DA , soit décrit le cercle AE qui sera grand par la 17. p. 1 pource que la ligne droicte subtendue de D à A est le costé du quarré décrit en vn grand cercle. Je dis qu'iceluy grand

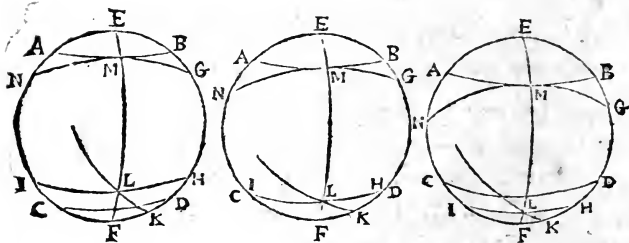


cercle AE , touche le cercle AB en A . Car puis que les deux cercles AB, AE , couppent en vn mesme poinct A , vn mesme

cercle CAD , passant par leurs poles; ils s'entretouchent au point A . Nous auons donc descrit le grand cercle AE , qui passant par le point donné A , touche le cercle donné AB : Ce qu'il falloit faire.

Prob. 2. Prop. 15.

Estant donné un cercle en la Sphere, qui soit moindre qu'un grand cercle, & quelque point en la superficie de la Sphere, qui soit entre le cercle donné, & l'autre egal & parallel à iceluy; par iceluy point donné d'escrire un grand cercle qui touche le cercle donné.



En la Sphere, soit donné le cercle AB moindre qu'un grand, auquel soit egal & parallel CD , & soit donné le point G entre les deux cercles AB, CD : Et il faut descire par G un grand cercle qui touche le cercle AB . Soient E, F , poles des parallels AB, CD ; (car par la 1. p. 2. ils ont mesmes poles) & par EG soit descrit par la 20. p. 1. un grand cercle EAC , qui passera par l'autre pole F , par le corol. du 1. Theo. du Scholie de la 10. p. 1. En iceluy cercle soit pris le quadrant BH ; & le point H tombera ou au-dessus de D , ou en D , ou au-dessous de D : Et en quelconque d'iceux qu'il aduienne nous paracheurons la chose ainsi. Du pole E & interualle EH , ou du pole F à l'interualle FH , soit descrit le cercle HI , qui par la 2. p. 2. sera parallel à iceux AB, CD , & apparoistra ou au-dessus CD , ou sera le mesme que CD , ou sera

scitué au-dessous de CD , selon que le point H aura esté posé au-dessus de D , ou en D , ou au-dessous de D . Soit pris derechef le quadrant GK , & le point K sera pardelà H , puis que GH est moindre que le quadrant: puis du pole G , & intervalle GK , soit décrit le cercle KL , qui sera grand par la 17. p. 1. pource que la ligne droicte subtenant le quadrant GK , est egale au costé du quarré décrit en vn grand cercle. Or que KL coupe le cercle HI en L , & que par L , F , soit décrit par la 20. p. 1. le grand cercle FL , qui passera par l'autre pole E ; par le corol du 1. Theo. du Sch. de la 10. p. 1. Mais ce cercle FL , coupera le cercle AB en M : & ML , BH , arcs des grands cercles passans par E , F , poles des parallèles, intercèps entre les parallèles AB , CD , seront egaux par la 10. p. 2. & partant BH estant quadrant par la construction, LM sera aussi quadrant. Donc du pole L , & de l'intervalle LM , soit décrit le cercle MN , qui sera grand par la 17. p. 1. pource que la ligne droicte subtenant le quadrant LM est egale au costé du quarré décrit en vn grand cercle. Et d'autant que le grand cercle KL , passe par L pole du grand cercle NM , pareillement le grand cercle NM passera par G pole du cercle KL , par le 1. Theo. du Sch. de la 15. p. 1. & ainsi le grand cercle MN passe par le point donné G . Je dis aussi qu'il touche le cercle donné AB en M . Car d'autant que les cercles AB , GN , couppent en vn mesme point M , le grand cercle EF , auquel ils ont leurs poles, ils s'entretoucheront en M , par la 3. p. 2. Nous auons donc décrit par G , le grand cercle GN , touchant le cercle AB en M . Ce qu'il falloit faire.

SCHOLIE.

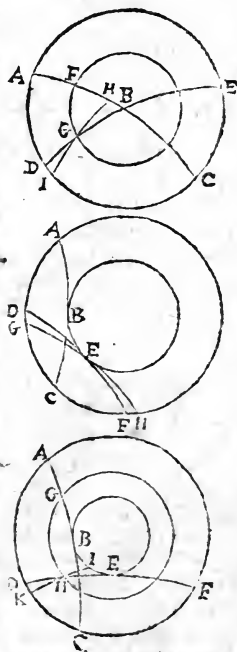
Que si le point G est donné précisément au milieu de l'arc BD ; GF sera quadrant. Donc le cercle FE décrit du pole G , & intervalle GF , coupera HI au point L , lequel sera derechef pole du cercle touchant, comme dessus. Mais si le point donné G est le mesme que D , le pole du cercle touchant sera au milieu de l'arc DCA , puis qu'iceluy arc est semi-cercle. Or le cercle décrit d'iceluy pole, touche par la 3. p. 2. AB en A , & CD en D , comme il est manifeste. C'est à sçauoir, d'autant que ce grand cercle & les parallèles AB , CD , couppent es points A , D , la circonference du grand cercle $ACDB$, qui passe par leurs poles. Et d'autant qu'ainsi que L a esté démontré pole du grand cercle GN , touchant le cercle AB , ainsi pareillement on peut démonstrer que l'autre point, auquel le grand cercle KL , coupe de

l'autre part le cercle HI , est le pôle d'un autre grand cercle qui passe par G , & touche le cercle AB en un autre point; il est manifeste que par un point donné en la Sphere entre deux cercles égaux & parallèles, on peut descrire deux grands cercles qui touchent le cercle AB en deux points.

Theor. 14. Prop. 16.

Les grands cercles, qui en la Sphere ostent semblables circonferences de cercles parallèles; ou ils passent par les poles des parallèles, ou bien touchent un mesme parallel.

En la Sphere, soient les grands cercles ABC , DBE , qui prennent des cercles parallèles ADC , FG , semblables circonferences AD , FG . Je dis que les grands cercles ABC , DBE , ou passent par les poles des parallèles ADC , FG , ou touchent un mesme parallel. Car ou l'un d'eux, sçavoir ABC , passe par les poles des parallèles, & ainsi nous demonstrerons que l'autre passe par les mesmes poles; ou il n'y passe pas, mais toutesfois touche l'autre d'eux parallèles, & ainsi nous demonstrerons que l'autre touche le mesme; ou finalement il ne passe par les poles des parallèles, ny touche l'un d'eux. Ce qu'estant posé, nous concluons que les grâds cercles donnez touchent quelque autre parallel moindre que les parallèles donnez. Car en premier lieu, que ABC passe par les poles des parallèles: Je dis que DBE passe aussi par les mesmes poles, c'est à dire que le point B , auquel s'entrecouppent



les grands cercles ABC , DBE , est le pole des parallèles ADC , FG . Car si B n'est le pole d'iceux, soit H leur pole. Et d'autant que le cercle ABC , est posé passer par les poles d'iceux parallèles, H sera en la circonférence ABC . Par H , G , soit décrit par la 20. p. 1. le grand cercle HG , couppant ADC en I ; & les arcs AI , FG , seront semblables par la 10. p. 2. puis qu'ils sont compris entre les grands cercles AH , HI , décrits par le pole H . Mais l'arc AD est aussi posé semblable au mesme arc FG . Donc les arcs AI , AD , sont semblables; & partant puis qu'ils sont d'un mesme cercle, ils seront égaux entr'eux, le tout & la partie. Ce qui est absurde. Donc autre point que B ne sera pole des parallèles, si l'un des cercles ABC , DBE , sçavoir ABC , est tiré par les poles d'iceux. Parquoy l'un & l'autre des grands cercles ABC , DBE , passe par le pole B , si l'un d'iceux y passe.

Mais maintenant, que les deux grands cercles ABC , DEF , ostent derechef des parallèles ADC , BE , circonférences semblables AD , BE , & que l'un ny l'autre d'iceux passe par les poles des parallèles, mais que l'un, sçavoir ABC , touche en B un d'iceux, c'est à sçavoir BE . Je dis que le cercle DEF , touche aussi en E le mesme parallèle BE . Car s'il ne le touche, ains le coupe, par E , point donné au parallèle, soit décrit par la 14. p. 2. un grand cercle GEH , touchant le parallèle BE en E ; & les demy-cercles, desquels l'un est mené de E par G , & l'autre passe de B par A , ne se rencontreront pas, comme avert par la figure de la 13. p. de ce liure, & par les choses là démontrées. Donc les arcs BE , AG , seront semblables. Mais les arcs BE , AD , ont aussi esté posés semblables. Donc les arcs AG , AD , sont semblables entr'eux; & partant puis qu'ils sont d'un mesme cercle, ils seront égaux entr'eux, le tout & la partie. Ce qui est absurde. Donc nul autre grand cercle tiré par E , que DEF , touche le parallèle BE en E , si ABC touche le mesme en B . Parquoy si ABC touche BE , aussi DEF touchera le mesme BE . En dernier lieu, que les grands cercles ABC , DEF , prennent des parallèles ADC , GH , les semblables circonférences AD , GH ; & que l'un ny l'autre d'iceux cercles soit mené par les poles des parallèles, ny ne touche l'un d'iceux. Je dis que les grands cercles ABC , DEF , touchent quelque autre cercle parallèle moindre qu'iceux ADC , GH . Car d'autant que le grand cercle ABC ne passe par les poles des parallèles, ny ne

touché l'un d'iceux; le grand cercle ABC , sera oblique à chacun des parallèles ADC , GH . Car s'il estoit droit, il passeroit par les poles d'iceux, par la 13. p. 1. contre l'hypothese. Donc ABC touchera deux cercles egaux entr'eux, & parallèles à chacun des parallèles ADC , GH , par la 8 p. 2. Qu'il touche donc le parallèle BE , qui sera moindre que chacun ADC , GH ; (puis que ABC coupe iceux) & partant l'autre à luy egal & parallèle sera aussi moindre que chacun ADC , GH : Et par ainsi les parallèles ADC , GH , seront posez entre ces deux là, lesquels le cercle ABC touche. Je dis aussi que DEF touche le mesme BE . Car s'il ne le touche, par le point H , qui est entre le cercle BE , & l'autre à luy egal & parallèle, comme nous auons demonsté, soit décrit par la 15. p. 2. un grand cercle KH , touchant BE en I , & les demy-cercles, desquels l'un passe de I par H , & l'autre de B par G , ne seront rencontrans, comme apert tant par la figure de la 3. p. 2. que par ce qui a esté là demonsté. Donc les arcs AK , GH , seront semblables. Mais AD , GH , ont aussi esté posez semblables. Donc AK , AD , sont semblables; & partant veu qu'ils sont arcs d'un mesme cercle, ils seront egaux entr'eux, le tout & la partie. Ce qui est absurde. Donc nul autre grand cercle décrit par H , que DEF , touche le parallèle BE , si ABC , touche le mesme en B . Parquoy si ABC , touche le cercle BE , aussi DEF touchera le mesme BE . Donc les grands cercles &c. Ce qu'il falloit demonsté.

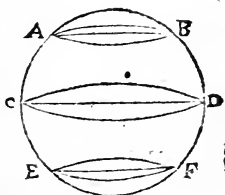
SCHOLIE.

Or il est manifeste, que les grands cercles ABC , DEF , touchent tellement le mesme parallèle BE , que les semicercles d'iceux, procédans depuis les atouchemens par les arcs semblables ne s'assemblent pas: autrement les arcs ostez ne seroient semblables, comme apert par la 13. p. de ce liure.

Theor. 15. Prop. 17.

En la Sphere, les cercles parallèles, entre lesquels & le plus grand des parallèles, sont compris egales circonferences de grands cercles; sont egaux entr'eux: Mais ceux-là entre lesquels & le plus grand des parallèles, sont interce-

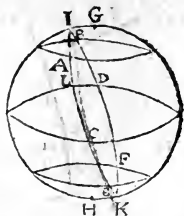
En la Sphere, soient les cercles
 parallels A B, C D, E F ; & C D
 soit le plus grand des parallels ;
 mais entre le cercle C D, & cha-
 cun des parallels A B, E F, soient
 interceptes egales circonferen-
 ces A C, C E, de quelque grand
 cercle A C E F D B. Je dis que les
 parallels A B, E F, sont egaux. Car
 les communes sections des paral-
 lels, & du cercle A C E F D B, sont les lignes droictes A B,
 C D, E F, lesquelles seront paralleles entr'elles par la 16 p. 11.
 d'Eucl. Or que le grand cercle A C E F D B passe premiere-
 ment par les poles des parallels. Ce qu'estant pose, iceluy
 grand cercle coupera lesdits parallels, en deux egalement
 & à angles droicts par la 15 p. 1. & partant A B, C D, E F, se-
 ront diametres des parallels. Et d'autant que par la 10 p. 2.
 les arcs A C, B D, sont egaux, & aussi les arcs C E, D F ; &
 A C a esté pose egal à C E ; A C, B D, ensemble seront egaux
 à C E, D F ensemble. Mais les demy cercles C A B D,
 C E F D, sont egaux ; pource que par la 11. p. 1. les grands cer-
 cles C D, A C E F D B, s'entrecouppent en deux egalement.
 Donc les arcs restans A B, E F, seront egaux ; & partant les
 lignes droictes A B, E F, c'est à dire les diametres des cercles
 A B, E F, seront aussi egaux, par la 29. p. 3. d'Eucl. donc les
 cercles A B, E F, sont egaux.



Que si l'arc A C est pose plus grand que l'arc C E. Je dis
 que le cercle A B est moindre que le cercle E F. Car estant
 posee la mesme construction, & demonstration, comme de-
 uant les arcs A C, B D, seront egaux, & aussi C E, D F, par la
 mesme 10 p. 2. veu donc que A C est pose plus grand que C E,
 les deux arcs A C, B D ensemble, seront plus grands que les
 deux arcs C E, D F ensemble. Donc A B reste du demy-cercle
 C A B D, sera moindre que E F reste du demy-cercle C E F D ; &
 partat est manifeste par la 29. p. 3. d'Eucl. que la ligne droicte
 A B, qui est diametre du cercle A B, sera aussi moindre que la
 ligne droicte E F, qui est diametre du cercle E F ; & par con-

sequent le cercle AB sera moindre que le cercle EF .

Maintenant, que le grand cercle $ACEFDB$ ne passe par les poles des parallèles AB, CD, EF ; & soient derechef egaux les arcs AC, CE . Je dis derechef que les cercles AB, EF , sont egaux. Car soient G, H , poles des parallèles AB, CD, EF , & par G, H , & par les poles du grand cercle $ACEFDB$, soit descript par la 20. p. 1. le grand cercle $GIHK$, qui coupera le cercle $ACEFDB$ en deux poinçts, comme en I, K , à angles droiçts par la 15. p. 1. Donc puis que le grand cercle $GIHK$, passe par les poles des grands cercles $ACEFDB, CD$; iceux passeront pareillement par les poles de cestuy-là, par le 1. Thé. du Sch. de la 15 p. 1. Donc les poinçts C, D , où ces deux cercles s'entrecouppent, seront les poles du cercle $GIHK$; (autrement chaque cercle $ACEFDB, CD$, ne passeroit par les poles du cercle $GIHK$.) & partant estant tirees les lignes droiçtes CI, CK , par la def. du pole, elles seront egales; & par consequent les arcs CI, CK , seront egaux entr'eux, par la 28. p. 3. d'Eucl. Mais par l'hypotese les arcs AC, CE , sont aussi egaux. Donc les arcs restans AI, EK , seront pareillement egaux. Derechef, puis que le demy-cercle IGK , est egal au demy cercle GKH ; (car les grands cercles $ACEFDB, GIHK$ par la 11. p. 1. s'entrecouppent en deux egalemt; & partant IGK est demy-cercle: Et l'arc GKH est demy-cercle à cause de G, H , poles des parallèles.) estant osté l'arc commun GK , les arcs restans GI, HK , seront egaux. Donc puis que sur le diametre du cercle $ICKD$, insistent à angles droiçts, les segmens de cercles egaux IGK, KHI , lesquels sont demy-cercles, comme nous auons demonstté; & que les arcs IG, KH , sont egaux, & ne sont moities des segmens, ou bien quadrans, veu que G, H , ne sont poles du cercle $ICKD$; Item que les arcs IA, KE , sont egaux, comme il a esté demonstté: les lignes droiçtes menées GA, HE , seront egales, par la 12. p. 2. Parquoy les cercles AB, EF , seront egaux entr'eux, par le 2. Theo. du Sch. de la 21 p. 1.



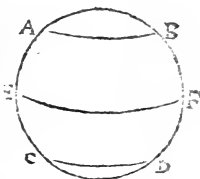
Que si l'arc AC est posé plus grand que l'arc CE . Je dis que le cercle AB est moindre que le cercle EF . Car estant pris l'arc CL egal à l'arc CE ; le cercle parallel descript par L ,

sera egal au parallel EF, comme il a esté demonsté cy-dessus. Mais par la 6. p. le parallel AB est moindre que le parallel décrit par L, puis que celuy-là est plus esloigné du plus grand des parallels; & partant du centre de la Sphere. Donc aussi le parallel AB est moindre que EF. Parquoy en la Sphere, les cercles parallels &c. Ce qu'il falloit demonsté.

Theor. 16. Prop. 18.

En la Sphere les circonferences de grands cercles, comprises entre le plus grand des parallels, & deux autres cercles egaux & parallels, sont egales: Mais celles-là qui sont comprises entre le grand parallel & le plus grand des autres, sont les moindres.

En la Sphere, soient deux parallels egaux AB, CD, & le grand parallel soit EF; & qu'un autre grâd cercle ACDB, coupe tous ces parallels là. Je dis que les arcs AE, EC; & BF, FD, sont egaux. Car s'ils ne sont egaux, soit AE plus grand. Donc par la precedente, le cercle AB sera moindre que le cercle CD. Ce qui est contre l'hypotese. Donc les arcs AE, EC; & les arcs BF, FD, sont egaux.



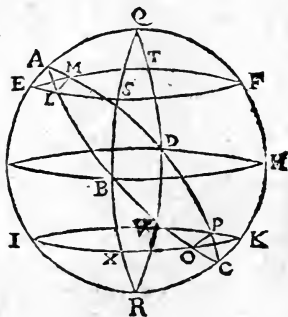
Que si le cercle AB est posé plus grand que le cercle CD. Je dis que l'arc AE est moindre que l'arc EC. Car s'il n'est moindre, il sera ou egal, ou plus grand: s'il est egal, les cercles AB, CD, seront egaux, par la preced. prop. S'il est plus grand, le cercle AB sera moindre que le cercle CD, par la mesme prop. l'une & l'autre desquelles choses est contre l'hypotese. Donc l'arc AE est moindre que EC. Parquoy en la Sphere les circonferences &c. Ce qu'il falloit prouver.

Theor. 17. Prop. 19.

Si en la Sphere, un grand cercle coupe quelques

*cercles parallèles décrits en la superficie Spherique, & non toutesfois par les poles; il coupe-
ra iceux en parties inegales, excepté le plus
grand des parallèles. Mais des segmens des
parallèles interceps en l'un des hemispheres,
ceux qui sont entre le plus grand des paral-
lèles, & le pole apparant, sont plus grand que
le demy-cercle; mais les autres qui sont entre
le plus grand des parallèles, & le pole caché,
sont moindre qu'un demy-cercle: Et bref les
segmens alternatifs des cercles egaux & pa-
rallèles, sont egaux entr'eux.*

En la Sphere, que le grand cercle $A B C D$, coupe les pa-
rallèles $E F, G H, I K$, en $L, M; B, D$; & O, P , non par les poles,
qui sont Q, R ; & $G H$ soit
le plus grand des parallèles;
& Q le pole apparant, & R
le caché en l'hemisphere
qui est au dessus le grand
cercle $A B C D$, & regarde
vers la partie F . Je dis que
le cercle $A B C D$ coupe
inegalement les parallèles,
excepté le plus grand $G H$;
car il coupe celuy-cy en
deux également: & que le
segment $L F M$ compris
entre le plus grand paral-
lèle & le pole apparant Q ,



est plus grâd que le demy-cercle, & OKP moindre: Bref que
siles parallèles $E F, I K$, sont egaux, les segmens alternatifs
 $L F M, O I P$, sont aussi egaux. Car par le pole Q & le point
 B , soit décrit par la 20. p. 1. vn grand cercle $Q B R D$, lequel
par le corol. du 1. Theo. du Scholié de la 10. p. 1. passera par
l'autre pole R , & aussi par le point D , veu qu'il coupe l'un

& l'autre cercle $GBHD$, $ABCD$ en deux également par la 11. p. 1. & ces deux cercles-cy sont coupeez en deux également en B , D . Dont aduient que le cercle $QBRD$ coupe le parallel EF au dessus du cercle $ABCD$, & le parallel IK , au dessous du mesme, comme és points S , T ; & V , X . Et d'autant que par la 15. p. 1. le grand cercle $QBRD$ passant par les poles des parallels EF , IK , il les coupe en deux également; SFT , VKX ; seront demy-cercles; & partant l'arc LFM , sera plus grand que le demy-cercle, & OKP moindre que le demy-cercle.

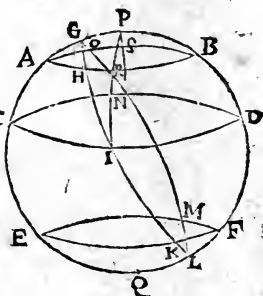
Maintenant soient egaux les parallels EF , IK . Je dis que les segmens alternes LFM , OIP , sont egaux entr'eux; & aussi les segmens alternes LEM , OKP . Car par les poles des parallels, & par les poles du cercle $ABCD$, soit décrit par la 20. p. 1. vn grand cercle $AGCH$, qui diuifera les segmens LAM , $OC P$ en deux également par la 9. p. 2. Donc les arcs AL , AM , sont egaux entr'eux, & CO , CP entr'eux. Et d'autant que le grand cercle $AGCH$, passe par les poles des grands cercles GH , AC ; ceux-cy passeront pareillement par les poles de celuy-là, par le 1. Theo. du Sch. de la 15. p. 1. Donc les points B , D , sont les poles du cercle $AGCH$; & partant les lignes droictes BA , BC , seront egales, par la def. du poles; & par la 28. p. 3. d'Eucl. les arcs BA , BC , seront aussi egaux. Mais par la precedente prop. les arcs BL , BO , sont aussi egaux, à cause que les parallels EF , IK , sont posez egaux. Donc les autres arcs AL , CO , seront aussi egaux. Or les arcs AL , CO , sont moities des arcs LAM , $OC P$, à cause que AL a esté démontré egal à AM , & CO à CP . Donc les arcs LAM , $OC P$, sont egaux; & partant par la 29. p. 3. d'Eucl. les lignes droictes soubtendues LM , OP , seront aussi egales. Parquoy par la 28. p. 3. d'Eucl. elles osteront des cercles egaux, arcs egaux, sçauoir est le plus grand LFM egal au plus grand OIP , & le moindre LEM au moindre OKP , (c'est à dire l'alterne segment à l'alterne segment.) Parquoy si en la Sphere vn grand cercle &c. Ce qu'il falloit prouuer.

Theor. 18. Prop. 20.

Si en la Sphere vn grand cercle coupe quelques cercles parallels, non toutesfois par les poles;

ayant pris en une Hemisphere des circonferences des parallels ; celles lesquelles approchent de plus pres le pole apparant seront plus grandes que ne peuuent estre les semblables à celles, lesquelles seront plus esloignées du mesme pole apparant.

En la Sphere, soit le grand cercle G H I K L M N O, qui coupe les parallels A B, C D, E F, en H, O ; I, N ; K, M, non toutesfois par les poles ; & au dessus l'hemisphere G B L soit le pole apparant P, & le caché soit Q. Je dis que l'arc O B H est plus grand que ne peut estre le semblable à l'arc N D I, & N D I plus grand que le semblable à l'arc M F K.



Car par P pole des parallels, & par les points I, N, soient descriptz deux grands cercles PI, PN, couppans le parallel A B, au dessus du cercle GILN, en R, S : & l'arc R B S sera semblable à l'arc I D N, par la 10. p. 2. veu donc que l'arc O B H est plus grand que l'arc R B S ; il sera aussi plus grand que le semblable à l'arc N D I. Nous monstrerons par la mesme maniere que l'arc N D I est plus grand que n'est le semblable à l'arc M F K, sçavoir est si par le pole P, & les points K, M, sont descriptz deux autres grands cercles. Si donc en la Sphere vn grand cercle &c. Ce qu'il faloit prouuer.

COROLLAIRE.

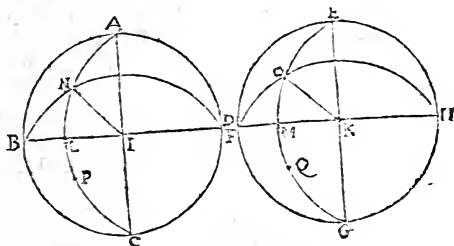
De cecy arrive, que simplement l'arc O B H, est plus grande partie de son parallel A B, que l'arc N D I de son parallel &c. puis que l'arc R B S est telle partie de son parallel, qu'est l'arc I D N de son parallel, ven que iceux arcs ont esté demonstrez semblables, &c.

Theor.

Theor. 19. Prop. 21.

Si les Spheres egales, les grands cercles sont inclinez aux grands cercles, celui-là duquel le pôle est plus esléué au dessus du plan d'au-dessous, sera le plus incliné: mais ces cercles-là desquels les poles sont également distans des plans d'au-dessous, sont également inclinez.

Es Spheres egales A B C D, E F G H, desquelles les centres sont I, K, vers les deux



grands cercles A B C D, E F G H, desquels les poles sont L, M, soient inclinez les deux grands cercles B N D, F O H, desquels les poles sont P, Q; & soit premierement le pole P, plus esléué au-dessus du plan du cercle A B C D, que le pole Q, au-dessus du plan du cercle E F G H. Je dis que le cercle B N D est plus incliné au cercle A B C D, que F O H à E F G H. Car par les poles L, P, & par les poles M, Q, soient descris les grands cercles A N C, E O G, & la commune section des cercles A B C D, B N D, soit la ligne droite B D; mais des cercles A B C D, A N C, la ligne droite A C; & des cercles B N D, A N C, la ligne droite N I: toutes lesquelles lignes droites passeront par I centre de la Sphere, veu que par la 6. p. 1. les grands cercles sont menez par le mesme centre de la Sphere. Par le mesme ordre, soient en l'autre Sphere les communes sections de cercles, comme la ligne droite F H, des cercles E F G H, F O H; mais la ligne droite E G, des cercles E F G H, E O G; & la ligne droite O K des cercles F O H, E O G: toutes lesquelles lignes droites passeront sem-

blement par le centre de la Sphere. Et d'autant que le cercle $AN C$, passant par les poles des cercles $AB CD$, BND , coupe iceux a angles droicts par la 15. p. 1. semblablement l'un & l'autre cercle $AB CD$, BND , sera perpendiculaire au cercle $AN C$; & partant aussi la ligne droite BD , commune section d'iceux, sera perpendiculaire au mesme cercle $AN C$, par la 19. p. 11. d'Eucl. & par consequent les angles AID , NID , seront droicts; & partant $A I N$ sera l'angle d'inclination du cercle BND au cercle $AB CD$, par la 5. def. du 11. d'Eucl. En la mesme maniere EKO , sera l'angle d'inclination du cercle FOH au cercle $EFGH$. Et d'autant que P , pole du cercle BND a esté posé plus esleué au-dessus du cercle $AB CD$, que Q pole du cercle FOH , au-dessus du cercle $EFGH$; l'arc CP sera plus grand que l'arc GQ . Car veu que ces arcs sont perpendiculaires aux cercles $AB CD$, $EFGH$, ils mesurent les hauteurs des poles P , Q , au-dessus d'iceux cercles. Mais les arcs PN , QO , sont egaux, veu qu'ils sont quadrans. Car les poles P , Q , sont esloignez des grands cercles BND , FOH , d'un quadrant par le Corol. de la 16. p. 1. l'arc CN sera donc plus grand que l'arc GO ; & partant AN reste du demy-cercle $AN C$, sera moindre que EO reste du semi-cercle $EO G$. Parquoy l'angle $A I N$, sera moindre que l'angle EKO ; & partant le cercle BND sera plus incliné au cercle $AB CD$, que le cercle FOH au cercle $EFGH$.

Maintenant, que les arcs CP , GQ , soient egaux, c'est à dire que les poles P , Q , soient egalelement distans des plans des cercles $AB CD$, $EFGH$. Je dis que les cercles BND , FOH , sont egalelement inclinez aux cercles $AB CD$, $EFGH$. Car d'autant que les arcs CP , GQ , sont egaux, si on leur adiouste les quadrans PN , QO , aussi les arcs CN , GO , seront egaux; & partant seront pareillement egaux les arcs AN , EO , restes des demy cercles. Donc par la 27. p. 3. d'Eucl. les angles $A I N$, EKO , seront egaux; & partant par la 6. d. 1. les inclinations des cercles BND , FOH , aux cercles $AB CD$, $EFGH$, seront semblables ou egales. Parquoy és Spheres egales, les grands &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

SCHOLIE.

De cecy arrive, que si des grands cercles, inclinez à d'autres ont les poles egalelement distans des poles des grands cercles auxquels ils sont inclinez, les inclinations sont egales: mais de celuy auquel le pole est plus proche du pole de celuy auquel il est incliné,

L'inclination est plus grande. Car si les arcs LP, MQ , sont égaux, aussi CP, GQ , seront égaux, veu que par le corol. de la 16. p. 1. CL, GM , sont quadrans; & partant P, Q , poles des cercles inclinez, seront également distans des plans des cercles $ABCD, EFGH$, qui sont au dessoubz. Parquoy (comme il a esté démontré en ceste prop.) seront égales les inclinations des cercles BND, FOH , aux cercles $ABCD, EFGH$. Mais si l'arc LP est moindre que l'arc MQ , l'arc CP reste du quadrant, sera plus grand que l'arc GQ reste au quadrant. Donc (comme nous auons démontré en ceste prop.) l'inclination du cercle BND , au cercle $ABCD$, sera plus grande que du cercle FOH au cercle $EFGH$.

Clavius a démontré la conuerse, tant de ceste proposition que Scholie, en ceste maniere.

Si és Spheres égales, les grands cercles sont également inclinez aux grands cercles, les distances des poles d'iceux aux plans d'au-dessoubz, seront égales: Mais celuy qui est plus incliné, aura le pole plus esleué. Item les distances des poles d'iceux cercles qui sont également inclinez, aux poles des cercles auxquels ils sont inclinez, seront égales: Mais la distance du pole d'iceluy cercle qui est plus incliné, au pole du cercle auquel il est incliné, sera moindre.

Car si les cercles BND, FOH sont également inclinez aux cercles $ABCD, EFGH$, les angles AIN, EKO , seront égaux; & partant seront aussi égaux les arcs AN, EO , par la 26. p. 3. d'Eucl. Leur adioustant donc les quadrans NP, OQ , les arcs AP, EQ , seront égaux; & partant seront aussi égaux les restes CP, GQ .

Mais si le cercle BND est plus incliné au cercle $ABCD$, que le cercle FOH au cercle $EFGH$, l'angle AIN sera plus grand que l'angle EKO ; & partant aussi l'arc AN sera moindre que l'arc EO . Adioustant donc les quadrans NP, OQ , l'arc AP sera moindre que l'arc EQ ; & partant le reste CP , sera plus grand que le reste GQ .

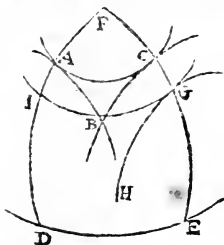
Derechef, si les cercles sont également inclinez, les arcs CP, GQ , seront égaux, comme nous auons démontré cy-dessus. Veü donc que CL, GM , sont quadrans, aussi les arcs LP, MQ , seront égaux.

Si finalement le cercle BND , est le plus incliné, l'arc CP sera plus grand que l'arc GQ , par les choses cy-dessus demonstrees. Donc LP reste du quadrant CL sera moindre que MQ reste du quadrant GM , &c.

Or Clavius demonstre encore icy cinq autres Theoremes qu'il doit estre en vne autre version.

Les grands cercles touchans vn mesme parallel, sont également inclinez au plus grand des parallels: Et celuy qui touche vn plus grand parallel, est le plus incliné au plus grand des parallels. Et les cercles également inclinez au plus grand des parallels, touchent vn mesme parallel: Mais celuy qui est le plus incliné au plus grand des parallels, touche vn plus grand parallel.

Que les grands cercles AB, CB , touchent vn mesme parallel AC , & que le plus grand des parallels soit DE . Je dis que les cercles AB, CB , sont également inclinez au cercle DE . Car le pole des parallels soit F , par lequel & par les atouchemens A & C , soient descrits par la 20. p. 1. les grands cercles FAD, FCE , lesquels par la 5. p. 2. passeront par les poles des cercles AB, CB ; & partant les couperont à angles droicts, par la 15. p. 1. Parquoy les arcs AF, CF , mesureront la hauteur de F pole du cercle DE au dessus des cercles AB, CB ; & partant puis que par la 28. p. 3.



d'Eucl. les arcs AF, CF , sont egaux, (à cause que les lignes droictes subtendues FA, FC , sont egales par la def. du pole.) le cercle DE sera également incliné aux cercles AB, CB , par la 21. p. 2. & reciproquement ceux-cy seront également inclinez à celui-là.

Maintenant que le grand cercle GH , touche vn plus grand parallel GI . Je dis que l'inclination du cercle GH au plus grand des parallels DE , est plus grande que celle du cercle AB . Car étant descrit par F , & par l'atouchement G , vn grand cercle FGE , en la mesme maniere qu'il a esté demonsté cy-dessus, il mesurera la hauteur du pole F du cercle DE par dessus le cercle GH . Mais l'arc FG est plus grand que l'arc FA , pource que le cercle GI est posé plus grand que le cercle AC , & par consequent plus esloigné du pole F . Le cercle DE sera donc plus incliné au cercle GH , qu'au cercle AB ; & reciproquement GH sera plus incliné à DE qu'à AB .

Derochef que les grands cercles AB, CB , soient également inclinez au cercle DE , le plus grand des parallels. Je dis que iceux touchent vn mesme parallel. Car par F pole des parallels, & par les poles des cercles AB, CB , soient descrits par la 20. p. 1. les grands cercles FAD, FCE , couppans les cercles AB, CB , en A, C ; & pource qu'ils les couppent à angles droicts par la 15. p. 1. les arcs FA, FC , mesureront la hauteur

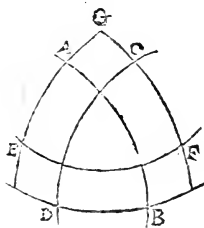
de F pole du cercle DE par dessus les cercles AB, CB : Mais par les choses demonstrees au Scholæ cy-dessus, les arcs FA, FC , sont egaux, pource que les cercles A, B, C, B , ont esté posez également inclinez au cercle DE ; & partant aussi cestuy-cy l'est à ceux-là. Si donc du pole F , & intervalle FA ou FC , on décrit le cercle AC , il touchera les cercles AB, CB , par la 3. p. 2. à cause que le cercle AC , & les cercles A, B, C, B , coupent és mesmes points A, C , les grands cercles FD, FE , qui passent par les poles d'eux.

Maintenant que le grand cercle GH , soit le plus incliné au cercle DE . le du qu'iceluy touche vn plus grand parallèle. Car estant décrit par F pole des parallèles; & par le pole du cercle GH , vn grand cercle FG , qui par la 15. p. 1. coupera le cercle GH à angles droicts, c'est à sçavoir au point G ; derechef l'arc FG mesurera la hauteur du pole F du cercle DE , par dessus le cercle GH . Mais FG est plus grand que FA , pource que le cercle GH a esté posé plus incliné que A, B . Donc le cercle décrit du pole F , & de l'intervalle FG sera plus grand que le cercle décrit du mesme pole, & intervalle FA . Veu donc que A, B, AC , s'entretouchent en A , & GH, GI , s'entretouchent aussi en G , appert ce qui a esté proposé.

II.

Les grands cercles également inclinez au plus grand des parallèles, ont les poles en la circonference d'un mesme parallèle. Et les grands cercles qui ont les poles en la circonference d'un mesme parallèle, sont également inclinez au plus grand des parallèles.

Que les grands cercles A, B, C, D , desquels les poles sont E, F , soient également inclinez à DB le plus grand des parallèles. le du qu'iceux poles E, F , sont en vn mesme parallèle. Car estans décrits par G poles des parallèles, & par E, F , poles des cercles AB, CD , les grands cercles GE, GF , qui par la 15. p. 1. seront à angles droicts aux cercles A, B, C, D ; les arcs EG, FG , seront les distances des poles E, F , au pole G : Mais ils sont egaux, pource que les cercles A, B, C, D , ont esté posez également inclinez au cercle DB . Donc le cercle EF , décrit du pole G , & intervalle GE ou GF , est parallèle au cercle DB par la 2. p. 2. auquel parallèle EF , les cercles AB, CD , ont les poles E, F .

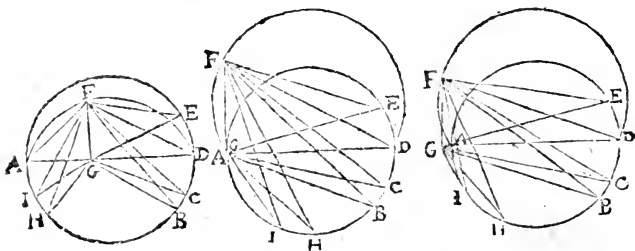


Mais maintenant que les grands cercles AB, CD , ont leurs poles E, F , au parallèle EF . le du qu'ils sont également inclinez à DB le plus

grand des parallèles. Car par la def. du pole les lignes droictes GE, GF , seront egales, & partant par la 28. p. 3. d'Eucl. les arcs EG, FG , seront pareillement egaux. Veu donc que les mesmes arcs sont les distances des poies E, F , à G pole des parallèles, les cercles AB, CD , seront également inclinéz à DE le plus grand des parallèles.

III.

Si sur le diametre d'un cercle, est constitué à angles droicts vn segment de cercle; & que la circonference du segment insistant soit diuisee en deux parties inegales, & du poinct de la section tombent plusieurs lignes droictes à la circonference du premier cercle; la ligne droicte subtendant la moindre partie du segment insistant, sera la plus petite de toutes: mais celle qui subtend la plus grande, sera la plus grande de toutes: Et des autres, la plus prochaine de la plus grande est tousiours plus grande, qu'une plus esloignée: & la plus prochaine de la plus petite est tousiours moindre que la plus esloignée. Mais deux lignes droictes egales tombent d'un mesme poinct en la circonference du cercle, estans également distantes de la plus grande.



Sur le diametre AD du cercle $ABCDE$, soit constitué à angles droicts le segment de cercle AED , la circonference duquel soit coupée inegalement en F , & que la partie AF soit la moindre, & DE la plus grande; & que de F tombent plusieurs lignes droictes $FA, FI, FH, FB, FC, FD, FE$. le dis que FA est la plus petite de toutes; mais FD la plus grande: Et que FC est plus grande que FB , &c. Et FI moindre que FH , &c. Finablement que les deux FE, FC , sont egales, si elles sont également distantes de la plus grande FD , c'est à dire si les arcs DE, DG , sont egaux. Car par la 11. p. 11. d'Eucl. soit tirée de F , au plan du cercle $ABCDE$, la perpendiculaire FG , qui par la 38. p. 11. d'Eucl. tombera en AD commune section; & sera le poinct G , ou entre les

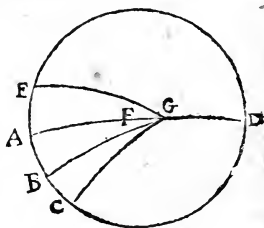
points A, D, comme en la premiere figure, ou le mesme que A, comme
 en la 2. fig. ou hors le cercle au diametre D A prolongé, comme en la
 3. figure. Or en la premiere figure, G ne sera le centre du cercle
 A B C D E, pource que G F ne diuise en deux également le segment
 A F D: à plus forte raison, és deux posterieures figures, G ne sera ledit
 centre du cercle A B C D E. Soient menees les lignes droictes G I, G H,
 G B, G C, G E; & seront droicts tous les angles à G, par la 2. d. 11.
 d'Eucl. Et d'autant qu'en la premiere figure; & en la 3. des lignes
 droictes tombantes de G au cercle A B C D E, la plus petite est G A par la
 7. ou 8. p. 3. d'Eucl. mais en toutes les figures, G A est la plus grande;
 & G C plus grande que G B; & G I moindre que G H; & finalement
 les deux G C, G E, egales, par la 7. ou 15. ou 8. p. 3. d'Eucl. Partant en
 la premiere & 3. figure les deux quarrez des lignes droictes A G,
 G F, seront moindres que les deux quarrez des lignes droictes I G,
 G F: ausquels estans egaux par la 47. p. 1 d'Eucl. les quarrez des li-
 gnes droictes F A, F I; le quarré de F A sera pareillement moindre
 que le quarré de F I; & par consequent la ligne droicte F A, moi-
 dre que la ligne droicte F I. En la mesme maniere nous demonstre-
 rons que F A, és mesmes figures, est moindre que E H, & c. Mais en la
 seconde figure, que F A par la 19. p. d'Eucl. est aussi moindre que F I,
 ou F H, & c. pource que és triangles A I E, A H F, (esquels l'angle A
 est droict, & partant les autres aigus.) la ligne droicte F A, sub-
 tend l'angle aigu F, ou H, & la ligne droicte F I ou F H, & c. l'angle
 droict A. Donc F A est la plus petite de toutes. Derechef en toutes les
 figures, les deux quarrez de G D, F G, seront plus grands que les
 deux quarrez de G C, G F: ausquels estans egaux les quarrez de
 F D, F C; le quarré de F D, sera pareillement plus grand que le
 quarré de F C; & partant la ligne droicte F D sera aussi plus
 grande que F C. En la mesme maniere, on demonstrera que la ligne
 F D est plus grande que F B, & c. La ligne droicte F D est donc la
 plus grande de toutes. D'auantage en toutes les figures les deux
 quarrez de G C, G F, seront plus grands que les deux quarrez de
 G B, G F; ausquels estans egaux les quarrez de F C, F B, le quarré
 de F C, sera pareillement plus grand que le quarré de F B; & par-
 tant la ligne droicte F C sera aussi plus grande que F B. Nous de-
 monstrerons en la mesme maniere, que la ligne droicte F C, qui est
 la plus prochaine de la plus grande F D, est plus grande que quelcon-
 que autre plus esloignee, & c. Derechef en toutes les figures, les deux
 quarrez de G I, G F, seront moindres que les deux quarrez de G H,
 G F; ausquels estans egaux les quarrez de F I, F H, le quarré de F I
 sera pareillement moindre que le quarré de F H; & partant aussi

la ligne droicte FI, sera moindre que la ligne droicte FH. Nous demonstrerons en la mesme maniere, que la ligne droicte FI, laquelle est la plus proche de la plus petite FA, est moindre que quelcōque autre plus esloignee, &c. En dernier lieu les deux quarrez de GC, GF, seront egaux aux deux quarrez de GE, GF; ausquels estans egaux les quarrez de FC, FE; les quarrez d'icelles FC, FE, seront pareillement egaux; & partant seront aussi egales les lignes droictes FC, FE. Apert donc ce qui estoit proposé. Or comme il appartient par la demonstration, nous disons icelle ligne plus prochaine de la plus grande FD, laquelle tombe au point plus proche du point D: mais celle-là plus proche de la plus petite FA, qui tombe au point plus prochain de A.

IV.

Si en la superficie de la Sphere, dans la periphère de quelcun cercle, est marqué vn point outre son pole, & que d'ice-luy point soient tirez à la circonference du cercle plusieurs arcs de grands cercles moindres que le demy cercle; le plus grand est celuy qui est tiré par le pole du cercle, & le moindre celuy qui luy est adiacent: Mais des autres, le plus prochain du plus grand est tousiours plus grand qu'un plus esloigné: Et deux arcs egaleement esloignez du plus grand ou du plus petit, sont egaux entr'eux.

En la Sphere soit le cercle A B C D E, duquel le pole est F, & en la superficie de la Sphere, dedans la Periphère du cercle, outre le pole F, soit marqué quelcun point G, duquel soient menés à la circonference du cercle A B C D E, plusieurs arcs de grands cercles, desquels GA tiré de part & d'autre passe par le po-



le F: & l'arc GB soit plus proche de GA, que GC: & les deux GB, GE, soient egaleement distans du mesme GA, ou de GD: & que tous ces arcs soient moindres que le demy-cercle: Ce qui sera seulement alors qu'ils ne s'entrecouperont en autre point qu'en G. Car puis que par la II. p. I. les grands cercles se couppent mutuellement en deux egaleement, les arcs GA, GE, seront moindres que le demy cercle, veu qu'ils ne s'entrecouppent derechef. Par mesme raison les autres arcs tirez de G, seront moindres que le demy-cercle, s'ils ne s'entrecouppent mutuellement. Que si l'un d'iceux

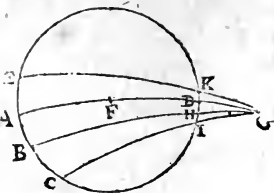
d'iceux, comme pour exemple l'arc GA , estoit demy-cercle, tous les autres passeroient par le point A , & seroient pareillement demy-cercles. Mais si GA estoit plus grand que le demy-cercle, tous les autres le coupperoient deuant qu'ils parvinssent à la circonference, & seroient plus grand que le demy-cercle, comme il apert. D'où rien ne se pourroit colliger. Je dis que l'arc GA , est le plus grand de tous, & GD le moindre; mais que GB est plus grand que l'arc GC ; & que les deux GB, GE , sont egaux. Car puis que par la 15. p. 1. l'arc AD coupe le cercle ABC en deux également & à angles droicts, la ligne droite subtendue AD , sera diametre du cercle ABC , & sur icelle sera constitué à angle droit le segment de cercle AGD , lequel est couppe inegalement en G , (car d'autant que par la def. du pole les lignes droictes subtendues FA, ED , sont egales, par la 28. p. 3. d'Eucl. les arcs FA, ED , seront pareillement egaux; & partant l'arc AD sera couppe en E en deux également; & par consequent inegalement en G .) & la plus grande partie est GA & la moindre GD . Donc des lignes droictes tirées de G . à la circonference du cercle ABC , la plus grande est GA , & GD la moindre; mais GB plus grande que GC ; & GB, GE egales par le precedent Theo. Parquoy veu que les arcs auxquels elles sont subtendues, ont esté posez moindres que le demy-cercle; l'arc GA sera aussi le plus grand, & GD le moindre; mais GB plus grand que GC , & les arcs GB, GE , egaux.

V.

Si en la superficie de la Sphere, hors la periphère de quelque cercle, est marqué vn point outre son pole, & que d'iceluy soient tirez à la circonference du cercle, plusieurs arcs de grands cercles moindres que le demy-cercle, & couppans la circonference du cercle; le plus grand est celuy qui est tiré par le pole du cercle: mais des autres le plus proche du plus grand est tousiours plus grand qu'un plus esloigné; & le plus petit est celuy-là qui est hors le cercle entre le point & la circonference du cercle: Mais des autres le plus proche du plus petit est tousiours moindre que le plus esloigné: Et deux arcs également esloignez du plus grand, ou du moindre, sont egaux entr'eux.

En la Sphere, soit le cercle $ABCDE$, duquel le pole est F , & que en la superficie de la Sphere hors la periphère du cercle, soit marqué quelque point G , outre l'autre pole du cercle $ABCDE$, & que d'iceluy point G , soient tirez plusieurs arcs de grands cercles à la circonference du cercle $ABCDE$, couppans icelle, desquels GDF a passe par le pole F , & l'arc GHB soit plus proche d'iceluy GDF , que GIC ; & les

deux arcs GHB , GKE soient également distans du mesme $GDEA$, ou de GD ; & que tous ces arcs soient moindres que le demy-cercle: Ce qui sera seulement, lors qu'ils ne s'entre-couperont en vn autre point que G , tout ainsi qu'il a esté démontré au precedent Theo. Je dis que l'arc GA est le plus grand de



tous; & GB plus grand que GC ; mais que GD est le plus petit; & GH moindre que GI ; finalement que les deux arcs GB , GE : Item GH , GK , sont egaux. Car d'autant que par la 15. p. 1. l'arc GA , coupe le cercle $ABCDE$ en deux également, & à angles droicts; la ligne droite sub-tendue AD sera diametre du cercle $ABCDE$, & sur icelle constitué à angle droit vn segment de cercle DG , lequel prenant le commencement à D est tiré par G iusques à ce que derechef il coupe le cercle $ABCDE$ en l'autre point A ; la circonference duquel ne sera coupée en deux également en G , (comme il a esté démontré au precedent Theo.) & la plus grande partie est depuis le point G iusques à A , puis qu'en icelle est l'autre pole, (autrement l'arc GDA seroit tiré par l'un & l'autre pole.) & la moindre est DG . Donc par le 3. Theor. cy-dessus, des lignes droictes tirées de G à la circonference du cercle $ABCDE$, la plus grande est GA , & la moindre GD ; mais GB est plus grande que GC ; & GB , GE , sont egales; Item GH est moindre que GI ; & GH , GK egales. Parquoy veu qu'elles sub-tendent arcs moindres que le demy-cercle, par l'hypotese; pareillement l'arc GA sera le plus grand de tous & GD , le moindre; & GB plus grand que GC ; & GH moindre que GI ; & finalement GB , GE ; & GH , GK , seront egaux entr'eux.

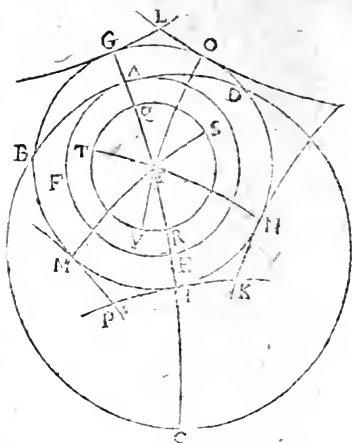
Theor. 20. Prop. 22.

Si en la Sphere, vn grand cercle touche vn cercle, & en coupe vn autre parallel à iceluy, posé entre le centre de la Sphere & ce cercle là lequel le grand cercle touche, & que le pole du grand cercle soit entre l'un & l'autre des parallels, & soient des-cris des grands cercles tou-

chans le plus grand des deux parallèles : tous ces cercles seront inclinez au grand cercle ; & le plus droict d'iceux sera celuy-là duquel l'attouchement sera en ce poinct là auquel le plus grand segment est diuisé en deux également ; & le plus abbaissé & incliné de tous , sera celuy duquel l'attouchement sera en ce poinct là auquel le moindre segment est diuisé en deux également : Mais des autres , ceux qui sont également distans de l'un ou l'autre d'iceux poincts esquels les segmens sont coupez en deux également , sont semblablement inclinez : & celuy qui a l'attouchement plus esloigné du poinct auquel le plus grand segment est couppé en deux également , est tousiours plus incliné que celuy qui a l'attouchement plus pres du mesme poinct : finalement les poles des grands cercles seront en vn seul cercle, lequel sera aussi moindre qu'iceluy cercle lequel le grand cercle touche au commencement, & sera parallel au mesme.

• En la Sphere, que le grand cercle $A B C D$, duquel le pole est E , touche le cercle $A F$, & en coupe vn autre $G B H D$ parallel à iceluy, posé entre le centre de la Sphere & le cercle $A F$, tellement que le cercle $G B H D$ est plus grand que $A F$, & E pole du grand cercle $A B C D$, soit entre l'un & l'autre cercle $A F$, $G B H D$. Et d'autant que le grand cercle $A B C D$, coupe le cercle $G B H D$ inegalement; (car il ne passe par les poles d'iceluy, c'est à dire par les poles des parallèles.) le segment $B H D$, vers le pole apparant, qui est I , sera plus grand que le demy-cercle, & $B G D$

moindre par la 19.
 p. 2. Soit tiré par E
 pole du cercle AB
 CD, & par I pole
 des parallèles, le
 grâd cercle GAC,
 qui coupera en
 deux également les
 segments BGD, B
 HD, par la 9. p. 2. &
 soient les points
 M, N, également
 distans de H, & O
 plus distant de H
 que N. Mais que
 par la 14. p. 2. les
 grands cercles GL,
 HK, MP, NK, OL,
 touchent le cercle
 parallèle GBHD, és



poinçts G, H, M, N, O; tous lesquels cercles seront inclinez
 au grãd cercle A B C D, puis qu'ils ne passent pas par E pole
 d'iceluy. Car veu que le pole E est posé entre les parallels
 A F, G B H D; les cercles touchãs le cercle G B H D, ne pour-
 rôt passer par E, autrement ils couperôt iceluy, veu que l'au-
 tre pole par lequel ils passent aussi necessairement par le cor-
 rol. du 1 Theo. du Sch. de la 10 p. 1. est dehors les susdicts
 parallels, comme apert. Je dis que le cercle H K est le plus
 droit, c'est à dire le moins incliné; mais que le plus abbaisé,
 c'est à dire le plus incliné est G L; & que M P, N K, sont sem-
 blablement inclinez; & que O L l'est plus que N K: finable-
 ment que les poles d'iceux cercles touchans, sont en vn seul
 & mesme parallel, qui est moindre que A F. Car d'autant que
 E est pole du cercle A B C D, par le corol. de la 16 p. 1. E A
 fera quadrant d'un grand cercle: soit pris l'arc H Q egal à
 iceluy quadrant; & le poinçt Q sera entre les poinçts A & I;
 puis que l'arc H A est plus grand que le quadrant E A, & H I
 moindre que le quadrant, à cause que l'arc estendu du pole I,
 par H iusques au plus grand des parallels, est quadrant par
 le mesme corol. de la 16. p. 1. Si donc du pole I, & interualle
 I Q, on décrit le cercle Q T R, par la 2. p. 2. il sera parallel à

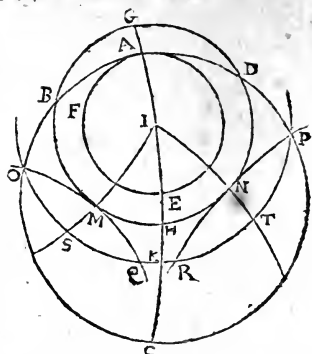
A F, & moindre qu'iceluy. Je dis donc qu'en ce parallél
 Q T R, sont les poles de tous les cercles touchans le parallél
 G B H D. Car par le pole I, & poinçts d'attouchemens soient
 desçris par la 20. p. 1 les grands cercles M I S, N I T, O I V,
 qui passeront pareillement par les poles des touchans par la
 5. p. 2. Et d'autant que par la 28. p. 3. d'Eucl. les arcs H I, M I,
 N I, O I, G I, sont egaux, pource que par la def. du pole, li-
 gnes droictes egales subrendent iceux arcs, & que par mes-
 me raison les arcs I Q, I S, I T, I V, I R, sont aussi egaux; les arcs
 totals H Q, M S, N T, O V, G R, seront egaux; & partant puis que
 H Q est quadrant, tous ceux-là seront aussi quadrans. Par-
 quoy veu qu'il a esté demonstre qu'ils passent par les poles
 des touchans; les poinçts Q, S, T, V, R, seront les poles des cer-
 cles touchans, tous lesquels sont au parallél Q T R. Or main-
 tenant pource que les arcs de grands cercles, tirés de E pole
 du grand cercle A B C D à Q, S, T, V, R, poles des cercles tou-
 chans, mesurent les distances du pole E aux poles des tou-
 chans, & que par le 5. Theor. demôstré au Scholie de la prece-
 dente, le plus grâd de tous est E Q, & le moindre E R; mais
 E S, E T, egaux; & finablement E T plus grand que E V, pource
 que tous ces arcs sont moindres que le demy-cercle; (car
 E Q est moindre que le quadrant E A, & partant les autres ne
 couperont iceluy hors le poinçt Q, & par conséquent se-
 ront moindres que le demy-cercle.) par le Scholie prece-
 dent le cercle H K sera le moins incliné au grand cercle A
 B C D, & G L le plus; & M P, N K également, ou sembla-
 blement; & O L plus que N K. Parquoy si en la Sphere vn
 grand cercle &c. Ce qu'il falloit prouuer.

Theor. 21. Prop. 23.

*Les mesmes choses estans posées, si les circonfe-
 rences des cercles touchans, des attouchemens
 aux nœuds, sont egales; les susdicts grands
 cercles seront semblablement inclinez.*

Derechef en la Sphere, que le grand cercle A B C D, du-
 quel le pole est E, touche le cercle A F, & en coupe vn au-
 tre G B H D parallél à iceluy, posé entre le centre de la
 Sphere & le cercle A F, tellement que G B H D soit plus

grand que A F, & E pole du grand cercle A B C D, entre l'un & l'autre cercle A F, G B H D: En apres que les grands cercles M O, N P, touchent es poinçts M, N, le cercle G B H D, couppans A B C D es nœuds O, P; & que les arcs M O, N P, soient egaux. Je dis que les cercles M O, N P, sont semblablement inclinez au grand cercle A B C D.



Car par E pole du cercle A B C D, & I pole des parallels, soit tiré vn grand cercle G A C: Item par I pole des parallels, & par les poinçts des attouchemens, les grands cercles I M, I N, lesquels par la 5. p. 2. passeront pareillement par les poles des cercles touchans; & partant coupperont iceux à angles droicts par la 15. p. 1. Donc puis que les egaux segmens de cercles, sçauoir est, les demy-cercles qui rendent de M & N par I, iusques à ce que derechef ils couppent les cercles touchans M O, N P, insistent à angles droicts sur les diametres des cercles M O, N P, (car la commune section des grands cercles I M, M O, est le diametre de l'un & l'autre, puis que par la 11. p. 1. ils s'entrecouppent en deux egale-ment.) & se diuisent inegalement en I, pource que I pole des parallels n'est le pole des touchans, & que les arcs M O, N P, sont posez egaux; par la 12. p. 2. les lignes droictes I O, I P, seront egales. Si donc du pole I & interualle I O, on des- crit vn parallele O K, il passera aussi par P. Et pource que le grand cercle I M, passant par les poles des cercles M O, O Q, s'entrecouppans en O, Q, coupe en deux egale-ment les segmens d'iceux; par la 9. p. 2. les arcs M O, M Q, & S O, S Q, seront egaux. Par mesme raison seront egaux les arcs N P, N R, & T P, T R: Item K O, K P, & C O, C P, à cause que le grand cercle I K C, passant par les poles des cercles O K P, O C P, coupe en deux egale-ment les segmens d'iceux en K & C. Veu donc que les arcs M O, N P, sont posez egaux; leurs doubles O M Q, P N R, seront aussi egaux; & par la 29. p. 3. d'Eucl. les lignes droictes subtendues O Q, P R, seront aussi

egales: Donc aussi seront egaux les arcs OSQ, PTR; & par consequent seront pareillement egaux leurs moities O S, PT. Mais les tous KO, KP, ont aussi esté demonstrez egaux; les restes KS, KT, seront donc egaux; & partant, veu qu'ils sont d'un mesme cercle, ils seront semblables entr'eux. Et pource que par la 10. p. 2. aux arcs KS, KT, sont semblables les arcs HM, HN; iceux arcs HM, HN, seront pareillement egaux. Parquoy veu que par la 9. p. 2. le segment BHD, est couppe en deux egalement en H, & que les arcs HM, HN, sont egaux; par la 22. p. 2. les cercles MO, NP, seront semblablement inclinez au cercle ABCD. Ce qu'il falloit prouuer.

Fin du second liure des Spheriques de Theodose.

TROISIE'ME LIVRE DES SPHERIQUES DE THEODOSE.

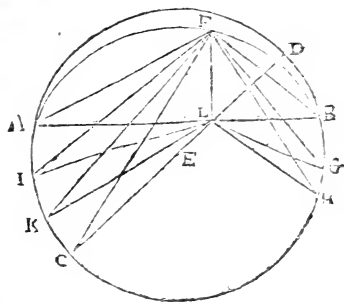
Theor. 1. Prop. 1.

Si une ligne droicte coupe un cercle en deux parties inegales, sur laquelle soit constitué à angles droicts un segment de cercle, lequel ne soit plus grand que le demy-cercle, & que la circonference du segment insistant soit diuisee en deux parties inegales: La ligne droicte sub-tendant la moindre d'icelles, est la plus petite des lignes droictes tirees du mesme point à la plus grande partie de la circonference du premier cercle: Mais des lignes droictes tirees d'iceluy point à la circonference intercepte

entre ceste plus petite ligne droicte là, & le diametre auquel tombe la perpendiculaire tirée de ce poinct là, tousiours la plus proche de la plus petite est moindre que la plus esloignée: Et la plus grande de toutes, est celle qui est tirée de ce mesme poinct là à l'extremité du mesme diametre: Item la ligne soubtendant la plus grande circonference du segment insistant, est la plus petite de celles qui tombent en la circonference intercepte entre icelle & le diametre, & tousiours la plus proche d'icelle est moindre que la plus esloignée: Mais si la ligne droicte couppant le cerole d'au-dessous est diametre d'iceluy, & toutes les autres choses sont les mesmes que dessus; la ligne droicte soubtendant la moindre partie de la circonference du segment insistant, est la plus petite des lignes droictes tirees de ce mesme poinct là, à la circonference du premier cerole; & celle qui soubtend la plus grande partie de la circonference du segment insistant, est la plus grande.

Que la ligne droicte AB coupe le cerole $ACBD$, duquel le centre est E , en parties inegales, la plus grande desquelles soit ACB ; & que sur icelle AB insiste à angle droict le segment de cerole AFB , non plus grand que le demy-cerole, duquel la circôference soit diuisée en deux parties inegales en F , & la moindre partie soit BF : de F soit tirée par la 11. p. 11. d'Eucl. au cerole $ACBD$, la perpendiculaire FL , laquelle tombera en AB cômune sectiô par la 38. p. 11. d'Eucl. Or par E & L , soit mené le diametre CD , & que de F tombent

en la circonference
 A C B du plus grand
 segment du cercle
 A C B D, plusieurs li-
 gnes droictes F B,
 F G, F H, F C, F A,
 F I, F K. le dis que la
 plus petite de toutes
 est F B, & que F G est
 moindre que F H;
 mais que la plus grâ-
 de de toutes est F C:
 Item que F A est la
 plus petite de toutes
 celles qui tombent



de F en la portion A C, & que F I est moindre que F K.
 Soient tirées de L, les lignes droictes L G, L H, L I, L K, &
 tous les angles, lesquels la ligne droicte F L faict à L, seront
 droicts. Donc puis que par la 7. p. 3. d'Eucl. la ligne droicte
 L D est la plus petite de toutes celles tombant de L, & que
 L B est moindre que L G, L H, L C, L K, L I, L A; les quarrez de
 F L, L B, sont moindres que les quarrez de F L, L G: Mais par
 la 47. p. 1. d'Eucl. le carré de F B est egal aux quarrez de
 F L, L B, & le carré de F G, aux quarrez de F L, L G. Donc
 aussi le carré de F B sera moindre que le carré de F G; &
 partant la ligne droicte F B, moindre que la ligne droicte
 F G. Nous demonstrexons en la mesme maniere que la ligne
 droicte F B est moindre que F H, F C, F K, F I, F A. Par-
 quoy F B est la plus petite de toutes.

Derechef, puis que par la 7. p. 3. d'Eucl. L G est moindre
 que L H, les quarrez de F L, L G, seront moindres que les
 quarrez de F L, L H: Mais par la 47. p. 1. d'Eucl. le carré de
 F G est egal aux quarrez de F L, L G, & le carré de
 F H aux quarrez de F L, L H. Donc aussi le carré de F G se-
 ra moindre que le carré de F H; & partant la ligne droicte,
 F G moindre que la ligne droicte F H.

Dauantage, pource que L C est la plus grande de toutes
 les tombantes de L; les quarrez de F L, L C, seront plus
 grands que les quarrez de F L, L K: Mais le carré de F C est
 egal aux quarrez de F L, L C, & le carré de F K, aux quarrez
 de F L, L K. Donc aussi le carré de F C sera plus grand que le

quarré de FK ; & par conséquent la ligne droite FC , plus grande que la ligne droite FK . Nous démonstrerons en la même manière, que la ligne droite FC , est plus grande que FI , & FA . Donc la ligne droite FC est la plus grande de toutes.

Item, d'autant que par la 7. p. 3. d'Eucl. LA est moindre que LI , LK , LC ; les quarrés de FL , LA , seront moindres que les quarrés de FL , LI . Mais par la 47. p. 1. d'Eucl. le quarré de FA , est égal aux quarrés de FL , LA , & le quarré de FI , aux quarrés de FL , LI . Donc aussi le quarré de FA , sera moindre que le quarré de FI ; & par conséquent la ligne droite FA , moindre que la ligne droite FI . On démontrera par même raison que la ligne FA est moindre que FK , FC . Donc FA est la moindre de toutes les lignes droites tombant de F en l'arc AC .

Finablement, pource que LI est moindre que LK ; les quarrés de FL , LI , seront moindres que les quarrés de FL , LK . Mais le quarré de FI est égal aux quarrés de FL , LI , & le quarré de FK , aux quarrés de FL , LK . Donc aussi le quarré de FI , sera moindre que le quarré de FK ; & par conséquent la ligne droite FI , moindre que la ligne FK .

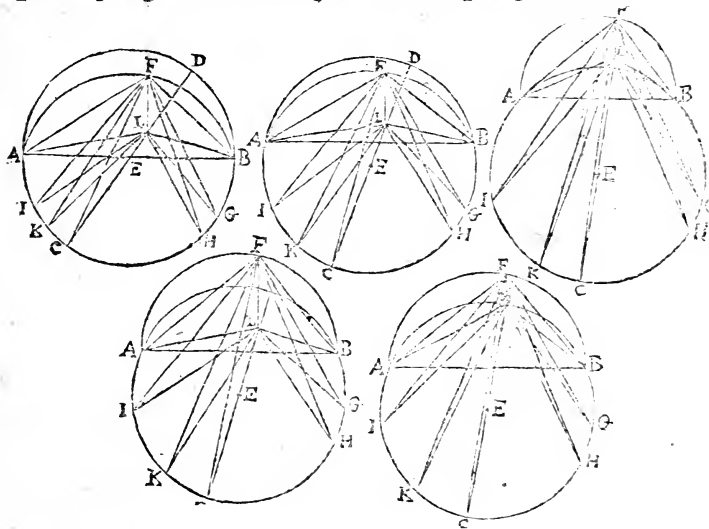
Que si la ligne droite AB , coupe en deux également le cercle $ACBD$, tellement qu'elle soit diamètre d'iceluy, il a déjà esté démontré au 3. Theo. du Scholie de la 21. p. 2. que la ligne droite FB est la plus petite, & FA la plus grande. Parquoy il n'est nécessaire de démontrer encore le même en celieu. Si donc vne ligne droite coupe vn cercle en parties inegales &c. Ce qu'il falloit démonstrer.

Theor. 2. Prop. 2.

Si vne ligne droite couppant vn cercle oste vn segment qui ne soit moindre que le demy-cercle, & que sur icelle ligne soit constitué vn autre segment de cercle, lequel ne soit aussi plus grand que le demy-cercle, & soit incliné à l'autre segment lequel n'est plus grand que le demy-cercle, & que la circonférence du segment

insistant soit diuisé en parties inegales: La ligne droicte soubtendant la moindre partie de la circonference, est la plus petite de toutes les lignes droictes tirées de ce mesme poinct là, duquel icelle est tirée à la circonference du cercle d'au-dessous, laquelle n'est moindre que le demy-cercle; & toutes les autres choses dictes en la precedente s'ensuiuent.

Que la ligne droicte AB oste du cercle ACBD, duquel le centre est E, le segment ACB, non moindre que le demy-cercle, mais ou egal au demy-cercle, comme en la premiere figure, ou plus grand, comme és quatres autres fig. & que sur



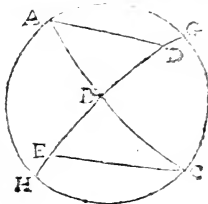
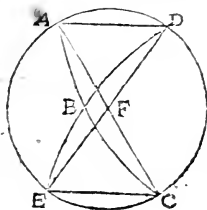
icelle AB, soit constitué vn autre segment de cercle AFB, non plus grand que le demy-cercle, mais ou egal au demy-cercle, comme és trois dernieres figures, ou moindre, comme és deux premieres fig. & incliné à l'autre segment ADB,

lequel n'est plus grand que le demy-cercle, puis que $A C B$ est posé, ou égal au demy-cercle, ou plus grand: Soit pareillement diuisee la circonference $A F B$ inegalement en F ; & que $F B$ soit la moindre partie: & de F soit tirée au plan du cercle $A C B D$, la perpendiculaire FL , laquelle tombera vers le segment $A D B$, à cause que le segment $A F B$, est incliné à iceluy segment $A D B$, tellement que le point L , est ou dedans ledit segment $A D B$, ou dehors, ou en la circonference d'iceluy; & par iceluy point L , & centre E , soit tiré le diametre CD ; & finalement que de F tombent en la circonference $A C B$, plusieurs lignes droictes $F B, F G, \&c.$ Je dis que la plus petite de toutes est $F B$; & que $F G$ est moindre que $F H$; mais que la plus grande de toutes est $F C$: Item que $F A$ est la plus petite de toutes celles qui tombent de F en la circonference $A C$; & que $F i$ est moindre que $F k$. De L soient tirées les lignes droictes $L B, L G, L H, L A, L I, L K$; & tous les angles que la perpendiculaire FL , faict au point L , seront droicts par la 2. d. 11. d'Eucl. d'autant donc que par la 7. ou 8. ou 15. p. 3. d'Eucl. la ligne droicte $L D$ est la plus petite de toutes; (ceste ligne cy n'est point du tout en la figure où le point L tombe en D .) & que $L B$ est moindre que $L G, L H, L C, L K, L I, L A$; & que $L C$ est la plus grande de toutes, &c. nous demonstrerons comme en la precedente, que la ligne droicte $F B$ est la plus petite de toutes; & que $F G$ est moindre que $F H$: Item que $F C$ est la plus grande de toutes, & $F A$ la moindre de toutes les tombantes de F en la circonference $A C$; & que $F i$ est moindre que $F k$. Si donc vne ligne droicte &c. Ce qu'il falloit prouuer.

Theor. 3. Prop. 3.

Si en la Sphere deux grands cercles s'entre-couppent, & que de l'un & l'autre d'iceux soient prinſes egales circonfereces de part & d'autre du point auquel ils se couppent: Les lignes droictes lesquelles coioignent les points extremes des circonfereces vers mesmes parties, sont egales entr'elles.

En la Sphère, que les deux grâds cercles ABC, DBE, s'entre-couppent en B, & qu'en chacun d'eux de part & d'autre du point



B, soient pris les arcs egaux BA, BC; & BD, BE; & tiré les lignes droictes AD, CE. Je dis qu'icelles AD, CE, sont egales entr'elles. Car du pole B & interualle BA, soit descript un cercle, qui passera aussi par C, à cause de l'egalité des arcs BA, BC. Donc ou le mesme cercle passe aussi par D; & partant aussi par E, à cause de l'egalité des arcs BD, BE, ou non. Qu'il passe premierement par D & E, comme en la premiere figure, & que les communes sections des grands cercles, & du cercle ADC E, soient les lignes droictes AC, DE. Et d'autant que les grands cercles ABC, DBE, passent par B pole du cercle ADC E, couppent iceluy en deux également par la 15. p. 1. AC, DE, seront diametres du cercle ADC E, & F le centre; & partant les lignes droictes FA, FD, egales aux lignes droictes FC, FE. Veu donc que par la 15. p. 1. d'Eucl. elles comprennent angles egaux au sommet F; par la 4. p. 1. d'Eucl. les lignes droictes AD, CE, seront egales.

Mais maintenant, que le cercle descript de B à l'interualle BA, ne passe par D, mais outre iceluy; & partant aussi outre le point E. Soient prolongez les arcs BD, BE à G, H. Veu donc que par là 28. p. 3. d'Eucl. les arcs BG, BH, sont egaux, pource que par la def. du pole, les lignes droictes subtenduës BG, BH, sont egales: Mais que par l'hypotese BD, BE, sont aussi egaux; les restes DG, EH, seront aussi egaux. Et d'autant que les lignes droictes tirées AG, CH, sont egales, comme il a esté demonsté en la premiere partie cy-dessus; par la 28. p. 3. d'Eucl. les arcs AG, CH, seront egaux. Donc puis que le grand cercle GBH tiré par le pole B, coupe le cercle AGCH en deux également, & à angles droicts; le segment GH insiste à angle droit sur le diametre du cercle

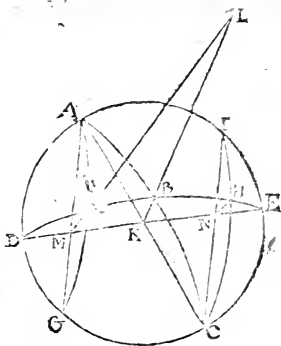
AGCH. Veu donc que les arcs DG, EH, sont égaux, & moindres que moitié de l'arc GDH; & que les arcs GA, HC, ont aussi esté demonstrez égaux; les lignes droictes DA, EC, seront égales entr'elles par la 12. p. 2. Si donc en la Sphere deux grands cercles &c. Ce qu'il falloit prouver.

Theor. 4. Prop. 4.

Si en la Sphere deux grands cercles s'entre-couppent, & que de l'un & l'autre d'iceux, soient prises égales circonférences de part & d'autre du poinct auquel ils s'entre-couppent, & que par les poincts terminans les égales circonférences soient tirez deux plans parallèles, l'un desquels conuienne avec la commune section d'iceux cercles hors la Sphere vers le poinct susdict; mais que l'une d'icelles égales circonférences, soit plus grande que l'une ou l'autre des circonférences interceptes en l'autre grand cercle entre le susdict poinct, & l'un & l'autre des plans parallèles: La circonférence qui est entre iceluy poinct & le plan lequel ne conuient avec la commune section d'iceux cercles, est plus grande que la circonférence du mesme cercle, qui est entre le mesme poinct & le plan lequel ne conuient avec la commune section des cercles.

Qu'en la Sphere, deux grands cercles ABC, DBE, s'entre-couppent en B, & qu'en ABC soient pris les arcs égaux BA, BC; & par les poincts A, C, soient tirés deux plans parallèles faisant en la superficie de la Sphere les circonférences de cercles AFG, CHI, lesquelles couppent la circonférence

DBE és poinçts F, H; mais que l'arc BA ou BC, soit plus grande que l'une ou l'autre des circonferences BF, BH, interceptes entre le poinçt B, & les plans parallels: par apres que du pole B, & intervalle BA, ou BC, soit descript le cercle ADCE, qui passera par les poinçts F, H, à cause que les arcs BF, BH, sont posez moindres que les arcs BA, BC. Soiet produis les arcs BF, BH, iusques à la circonference du cercle ADCE, aux poinçts D, E; & les communes sections du cercle ADCE, & des cercles AFG, CHI, soient les lignes droictes AG, CI; mais les communes sections des grands cercles, & du cercle ADCE, soient les lignes droictes AC, DE, lesquelles seront diametres d'iceluy: & partant K le centre du mesme, puis que par la 15. p. 1. les grands cercles coupent iceluy en deux également par le pole B: Mais que la ligne droicte DE, coupe les lignes droictes AG, CI, en M, N: pareillement que la commune section des grands cerles soit la ligne droicte KB, avec laquelle prolongée vers B, conuienne le plan AFG produit hors la Sphere au poinçt L. Ce qu'estant ainsi posé, l'autre plan CHI ne conuiendra avec la ligne droicte KB, vers les parties de B, puis qu'il ne conuient au plan AFG, qui luy est parallel. Je dis que l'arc BH est plus grand que l'arc BF. Car les lignes droictes FM, HN, soient communes sections du cercle DBE, & des cercles AFG, CHI. Et d'autant que le plan AFG produit conuient avec la ligne droicte KB produite en L; le poinçt L sera tant au plan DBE, qu'au plan AFG; & partant en la commune section d'iceux, sçauoir est en la ligne droicte MF. Estant donc prolongee MF, elle se ioindra avec KB prolongee en L. Mais pource que le plan DBE coupe les plans parallels AFG, CHI; par la 16. p. 11. d'Eucl. les communes sections MF, NH, seront paralleles. Derechef, d'autant que le plan ADCE, coupe les mesmes plans parallels; aussi les communes sections faictes AG, CI, seront paralleles: Et par la 29. p. 1.



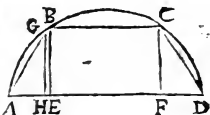
d'Eucl. les angles alternes $K A M, K C N$, sont égaux: Mais par la 15. p. 1. d'Eucl. les angles AKM, CKN , sont aussi égaux; & les costez KA, KC , pareillement égaux, veu qu'ils sont semi-diametres du cercle $ADCE$. Donc par la 26. p. 1. d'Eucl. les costez $K M, K N$, seront aussi égaux: mais les semi-diametres $K D, K E$, sont aussi égaux. Donc les lignes droictes restantes $D M, E N$, seront égales. Derechef, pource que la ligne droicte PK , tirée de B pole du cercle $ADCE$ à K centre du mesme, est perpendiculaire au plan du cercle par le 2. Theo. de la 8. p. 1. l'angle $M K L$ au triangle $K L M$ sera droict. Donc l'angle $K M L$ sera aigu: Et puis que par la 29. p. 1. d'Eucl. les deux angles $F M N, H N M$, sont égaux à deux droicts; l'angle $H N M$ sera obtus. Parquoy, comme nous demonstrerons au Lemme suivant, l'arc $E H$ sera moindre que l'arc $D F$; & partant veu que les arcs $B D, B E$, sont égaux par la 28. p. 3. d'Eucl. pource que les lignes droictes subtendues $B D, B E$, sont égales par la def. du pole; l'arc $B H$ sera plus grand que l'arc $B F$. Si donc en la Sphere deux grands cercles &c. Ce qu'il falloit prouver.

LEMME.

Or que l'arc EH soit moindre que l'arc DF , nous le demonstrerons facilement, estant premierement démontré ce Theoreme.

Si à vn arc de cercle est soubtendue vne ligne droicte, à laquelle de l'arc soient menees deux perpendiculaires, ostés vers les termes de l'arc deux arcs égaux; elles osteront aussi de la ligne droicte soubtendue deux lignes droictes égales. Et si les deux perpendiculaires tirées à la ligne droicte soubtendue, ostent deux lignes droictes égales; elles osteront aussi deux arcs égaux.

A l'arc de cercle $ABCD$, soit subtendue la ligne droicte AD , à laquelle de l'arc soient tirées deux perpendiculaires BE, CF , ostans deux arcs égaux AB, DC . Je dis qu'icelles perpendiculaires ostent de la subtendue AD égales lignes droictes AE, DF . Car estant tirée la ligne droicte BC ; il est manifeste qu'elle sera parallele à AD , les perpendiculaires BE, CF , estans paralleles par la 28. p. 1. d'Eucl. Parquoy le quadrilatere $BCFE$ est parallelogramme: & partant les lignes droictes BE, CF , sont égales, par la 34. p. 1. d'Eucl. Et d'autant qu'à arcs égaux AB, DC , sont subtendues lignes droictes égales AB, DC , par la 29. p. 3. d'Eucl. les quarrés d'i-



celles AB, DC , seront egaux. Ven donc que par la 47. p. 1. d'Eucl. tant celuy-là est egal aux quarréz de AE, EB , que cestuy-cy aux quarréz de DE, EC ; si on oste les egaux quarréz des lignes BE, CE , resteront egaux les quarréz des lignes AE, DE ; & partant seront egales les lignes droictes AE, DE .

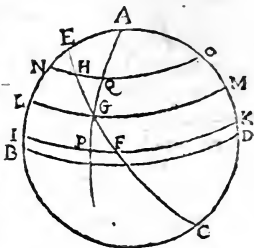
Or que maintenant les perpendiculaires BE, CE , ostent de la soubtendue AD , les lignes droictes egales AE, DE . Je dis qu'elles ostent aussi arcs egaux AB, DC . Car s'ils ne sont egaux, soit (si faire se peut) AB le plus grand, duquel soit couppe l'arc AG egal à DC , & de G soit tirée sur AD la perpendiculaire GH . Donc comme il a esté démontré cy-dessus, la ligne droicte AH sera egale à la ligne DE ; & partant aussi à AE , la partie au tout. Ce qui est absurde. L'arc AB n'est donc pas plus grand que l'arc DC ; & par mesme raison il ne sera pas moindre. Il luy est donc egal.

Par ces choses, il apert que l'arc HE , en la figure de la prop. est moindre que l'arc DE . Car puis que l'angle FMK est aigu, & HNK obtus, si de M, N , estoient tirées des perpendiculaires à DE , icelles tomberoient és arcs DE, BH , & osteroient arcs egaux, comme il a esté démontré au Lemme cy-dessus. Parquoy l'arc HE est moindre que l'arc DE .

Theor. 5. Prop. 5.

Si en la circonference d'un grand cercle, est le pole des parallels, & qu'iceluy grand cercle soit couppe à angles droicts par deux autres grâds cercles, l'un desquels soit l'un des parallels, mais l'autre soit oblique aux parallels; & que de ce cercle oblique soient prises d'ordre à une mesme partie du plus grand des parallels, egales circonférences, & que par les poinçts terminans icelles egales circonférences, soient descris des cercles parallels: les circonférences d'iceluy grand cercle premierement posé, interceptes entre les parallels, seront egales, & tousiours celle qui sera plus proche du grand

En la circonference du grand cercle $A B C D$, soit A pole des parallels, & qu'iceluy soit coupé à angles droicts par les deux grands cercles $B D, E C$, desquels $B D$ est le grand parallel, & $E C$ oblique aux parallels; & par les points F, G, H , qui au cercle oblique terminent les arcs egaux $F G, G H$, soient descrits du pole



A , les parallels $I K, L M, N O$. Iedis que l'arc $I L$ est plus grand que l'arc $L N$. Car par le pole A ; & par le point G , soit descrit le grand cercle $A P$, couppant les parallels en P, Q . Donc puis que en la superficie de la Sphere, dans la periphèrè du cercle $I K$ a esté marqué le point G , outre le pole A , & que de G tombent en la circonference du cercle $I K$, les deux arcs de grands cercles $G P, G F$; l'arc $G P$ sera le plus petit de tous par le 4. Theo. du Sch. de la 21. p. 2. & partant il est moindre que $G F$: car iceux arcs $G P, G F$, sont moindres que le demy-cercle, veu qu'ils ne s'entrecouppent deuant qu'ils diuisent le parallel $I K$. Derechef, puis qu'en la superficie de la Sphere, hors la periphèrè du cercle $N O$, est marqué le point G outre son pole; par le 5. Theo. du mesme Scholie, l'arc $G Q$ sera le plus petit de tous les tombans de G , c'est à dire moindre que $G H$: pource que les arcs $G Q, G H$, sont moindres que le demy-cercle, veu qu'ils ne s'entrecouppent deuant qu'ils rencontrent le parallel $N O$. Les arcs $F G, G H$, sont donc plus grands que les arcs $G P, G Q$, chacun au sien. Et d'autant que la ligne droicte tirée par G , & par le centre de la Sphere, c'est à dire la commune section des grands cercles $A P, E C$, coupe dans la Sphere le plan du parallel $I K$; (car icelle ligne droicte ne parviendra au centre de la Sphere, c'est à dire au centre du grand cercle $B D$, sinon qu'elle coupe premier le plan du cercle $I K$, pource que le parallel $I K$ est posé entre le grand parallel & le point G .) la mesme ligne coupera le plan du parallel $N O$ hors la Sphere, si ceste ligne là, & le plan du cercle, sont prolongez de la part de G : à cause que le point G est posé entre le plus

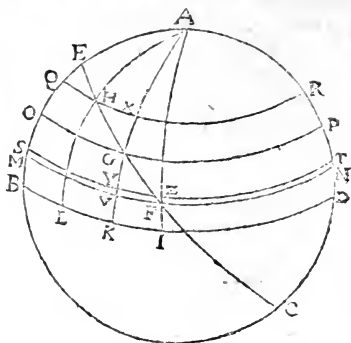
grand des parallels & le parallel N O. Donc puis que les deux grands cercles A P, E C, s'entrecouppent en G, & que du cercle E C de part & d'autre du point G, sont pris les deux arcs egaux G F, G H, & par F, H, tirez les plans parallels des cercles I K, N O, desquels N O rencontre la commune section des grands cercles A P, E C, hors la Sphere, comme il a esté demonstté, & que l'un & l'autre des arcs G F, G H, est plus grand que l'un & l'autre des arcs G P, G Q; l'arc G P sera plus grand que l'arc G Q par la preced. prop. Mais l'arc G P est egal à l'arc I L, & l'arc G Q à l'arc L N par la 10. p. 2. Donc aussi l'arc I L sera plus grand que l'arc L N. Parquoy si en la circonference &c. Ce qu'il falloit prouver.

Theor. 6. Prop. 6.

Si en la circonference d'un grand cercle est le pole des parallels, & que ce grand cercle soit couppé à angles droicts par deux autres grands cercles, l'un desquels soit un des parallels, mais l'autre soit oblique aux parallels, & que du cercle oblique soient prises d'ordre vers mesmes parties d'iceluy grand cercle parallel, circonférences egales, & que par les points terminans icelles, & par le pole, soient descriptes des grands cercles: Iceux prendront du grand parallel, circonférences inegales, desqueltes la plus proche du grand cercle premierement posé sera tousiours plus grande que la plus estoignée.

En la circonference du grand cercle A B C D, soit A pole des parallels, & iceluy soit couppé à angles droicts par les deux grands cercles B D, E C, desquels B D soit le grand parallel, & E C oblique aux parallels, duquel soient pris les arcs egaux E G, G H; & par les points E, G, H, & par le pole A,

soient descript les
grands cercles AI ,
 AK , AL , couppans
 BD en I , K , L . le dis
que l'arc KL est
plus grand que l'arc
 IK . Car soient des-
cript par les mesmes
poincts F , G , H , les
parallels MN , OP ,
 QR , couppans AK
en V , X . Donc par la
preced. l'arc MO se-
ra plus grand que
l'arc OQ ; & partant



veu que par la 10. p. 2. l'arc VG est egal à iceluy MO , & l'arc
 GX à OQ ; aussi VG sera plus grand que GX . Soit pris l'arc
 GY egal à l'arc GX , & par Y soit descript le parallel ST coup-
pant le cercle AI en Z . Donc puis que les arcs GY , GX sont
egaux, & aussi GF , GH ; les lignes droictes tirées HX , YF , se-
ront egales par la 3. p. 3. Et d'autant que le grand cercle AI ,
par le pole A , coupe le cercle ST à angles droicts, & en
deux egaleement par la 15. p. 1. la commune section, sçauoir la
ligne droictie tirée de Z à l'autre section, sera diametre du
cercle ST , sur laquelle insiste vn demy-cercle à angle droict
au cercle AI , sçauoir le demy-cercle commenceant au
poinct Z , & allant en auant par S iusques à l'autre section,
(c'est à dire vn segment de cercle qui n'est pas plus grand
que le demy-cercle) & ceste ligne droictie là oste du cercle
 AI , vn segment plus grand que le demy-cercle, c'est à sçauoir
qui est tiré du poinct Z , par I , iusques à l'autre section avec
le cercle ST , & YZ arc du demy-cercle insistant est moindre
que le quadrant; (à cause que l'arc IK , qui par la 10. p. 2. est
semblable à iceluy YZ , est aussi moindre que le quadrant, ce
qui peut estre demonsté ainsi. D'autant que les grands cer-
cles BD , EC , sont droicts au grand cercle $ABCD$; cestuy-
cy sera pareillement droict à ceux là; & partant il passera par
leurs poles, par la 13. p. 1. Parquoy par la 9. p. 2. il coupera les
segmens d'iceux, lesquels sont demy-cercles, en deux egale-
ment, c'est à dire en quadrans. Donc le quadrant du cercle
 BD est l'arc posé entre B , & ce poinct là où s'entrecoup-

pent les cercles B D, E C; & partant I K est moindre que le quadrant: Car le cercle A K, tombe entre les points B, I, veu qu'il coupe le cercle A B C D en l'autre pole.) & partant l'arc resté du demy cercle insistant intercept entre Y, & l'autre section avec le cercle A I, est plus grand que le quadrant; la ligne droicte Y Z sera la plus petite de toutes celles tombantes de Y en la circonference Z I par la 1. p. 3. & partant moindre que Y F, c'est à dire que H X son egale. Parquoy veu que le cercle Q R est moindre que le cercle S T, la plus grande ligne droicte H X, ôtera vn plus grand arc de son cercle, que la moindre ligne droicte Y Z du sien, comme nous demonstrerons incontinant. L'arc H X est donc plus grand que ne peut estre le semblable à l'arc Y Z: Mais l'arc K L est semblable à l'arc H X, & l'arc I K à l'arc Y Z par la 10. p. 2. Donc aussi K L est plus grand que le semblable à iceluy I K; & partant veu qu'ils sont en vn mesme cercle, l'arc K L sera plus grand que I K. Parquoy si en la circonference d'un grand cercle &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

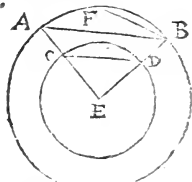
L E M M E.

Or que la ligne droicte H X, oste vn plus grand arc de son cercle, que la ligne droicte Y Z du sien, cela paroistra clairement, ayant premier demonstté le Theoreme qui ensuit.

Les lignes droictes egales, ostent de cercles inegaux, arcs inegaux, & l'arc du moindre cercle est tellement grand qu'il ne peut estre semblable à l'arc du plus grand cercle.

Soient les cercles in. ux A B, C D, descript à l'entour d'un mesme centre E; & de E soient tir. comme on voudra deux lignes droictes E A, E B, coupans le cercle C D, és points C, D; & est manifeste que les arcs A B, C D, seront semblables, veu que sur iceux insiste vn mesme angle E au centre. Et d'autant

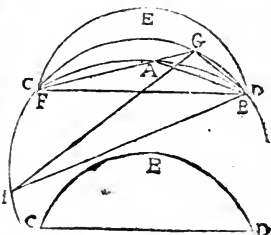
que les lignes droictes E A, E B, sont coupees proportionnellement en C, D, pource que tant E A, E B, que E C, E D, sont egales entr'elles; par la 2. p. 6. d'Eucl les lignes droictes A B, C D, seront parallels; & partant les triangles E A B, E C D, seront semblables. Parquoy par la 4. p. 6. d'Eucl. comme E A sera à A B, ainsi E C, sera à C D. Mais E A est plus grande que E C: donc par la 14. p. 5. d'Eucl. aussi B A sera plus grande que C D. Soit donc accommodé au cercle A B, la ligne droicte B F egale à icelle C D; & l'arc A B sera plus grand que l'arc B F.



Parquoy veu que l'arc CD est semblable à l'arc AB ; l'arc CD sera plus grand que n'est le semblable à iceluy EB . Donc les lignes droictes FB, CD , ostent des cercles inegaux AB, CD , arcs inegaux, & l'arc CD du plus petit cercle, est plus grand que n'est le semblable à l'arc EB du plus grand cercle. Ce qui estoit proposé.

De cela est manifeste, qu'à plus forte raison, vne plus grande ligne droicte oste d'un moindre cercle, un plus grand arc, que le semblable à celuy lequel vne moindre ligne oste d'un plus grand cercle. Car puis que la ligne droicte CD egale à icelle FB , oste l'arc CD plus grand que n'est le semblable à l'arc EB ; vne ligne plus grande que CD , ostera un arc encore beaucoup plus grand que le semblable à l'arc EB , veu que celle-là coupera un plus grand arc qu'icelle CD . Parquoy aussi en ceste 6. p. la ligne droicte HX estant plus grande que la ligne droicte YZ , elle coupera du moindre cercle QR , l'arc HX plus grand que le semblable à l'arc YZ , lequel la ligne droicte YZ oste du plus grand cercle ST .

Or ce Lemme estant demonstre, nous monstrerons aussi facilement que les lignes droictes egales, ostent de cercles inegaux, simplement arcs inegaux, tellement que l'arc du moindre cercle est simplement plus grand que l'arc du plus grand cercle, & non pas seulement plus grand que le semblable. Car soient les lignes droictes CD, BE egales, & que CD oste du moindre cercle l'arc CED , & BE du plus grand cercle l'arc BGE . Je dis simplement que l'arc CED est plus grand que l'arc BGE . Car la ligne droicte CD accordant à la ligne droicte FB , l'arc CED tombera necessairement hors l'arc BGE ;



& partant l'arc CED sera plus grand que l'arc BGE , veu que cestuy-là contient dedans soy tout celuy-cy, & les deux arcs sont caues en vne mesme part, & ont mesmes points extremes comme vent Archimede es suppositions mises deuant le premier liure de la Sphere & du Cylindre. Or l'arc CED n'accordera ny ne tombera dedans l'arc BGE . Car si on dit qu'il conuient, toute la circonference du cercle CED conuiendra aussi à toute la circonference du cercle BGE ; & partant les cercles seront egaux, contre l'hypothese. Mais si on dict que l'arc CED tombe dedans l'arc BGE , de telle sorte qu'est l'arc CAD , d'autant que comme il a esté demonstre au Lemme cy-dessus, l'arc CED , c'est à dire l'arc CAD , est plus grand que le semblable à

L'arc FGB , soit pris l'arc HFB semblable à l'arc CAD , & partant plus grand que l'arc FCB . Or ayant pris en l'arc CAD quelque point A , soient tirées les lignes droictes AF, AB , & ayant prolongé la ligne droicte FA iusques à ce qu'elle coupe l'arc FGB en G , soient tirées les lignes droictes GH, GB . Or d'autant que les arcs CAD, HFB sont semblables; les angles CAD, HGB , estans en iceux segments, seront egaux. Et pource que par la 16 p. 1. d'Eucl. l'angle externe CAD est plus grand que l'interne CGB ; & l'angle CGB aussi plus grand que l'angle HGB ; l'angle CAD sera beaucoup plus grand que l'angle HGB . Ce qui est absurde. Car il a esté démontré egal. L'arc CED ne tombera donc pas dans l'arc FGB ; mais il ne conuient pas aussi à iceluy, comme il a esté monstre. Il tombe donc dehors; & partant l'arc CED est plus grand que l'arc FGB , comme il a esté dict.

De là aussi il apert clairement qu'à plus forte raison, vne plus grande ligne oste du moindre cercle vn arc simplement plus grand que celuy lequel vne moindre ligne oste d'un plus grand cercle.

Theor. 7. Prop. 7.

Si en la Sphere, un grand cercle touche quelque cercle de la Sphere, & qu'un autre grand cercle soit oblique aux parallels, & touche des cercles plus grands que ceux-là, lesquels le grand cercle premierement posé touche, & que les atouchemens d'iceux soiēt à iceluy grand cercle premierement posé, & qu'au cercle oblique soient prises egales & continuelles circonferences, vers mesmes parties du plus grand des parallels, & que par les poincts terminans icelles egales circonferences soient descris des cercles parallels: Entre iceux seront prises inegales circonferences du grand cercle premierement posé, desquelles celle qui sera plus prochaine du grand parallel, sera plus grande que la plus estoignée.

tous, & KY moindre que KI . Derechef, puis que en la superficie de la Sphere hors la circonference du cercle QR , est signé le point K , outre le pole d'iceluy, & que de K , tombent en sa circonference les trois arcs KT, KA, K ; par le 5. Theo. du mesme Scholie, KT sera le moindre de tous, & KX moindre que KL . Donc chascque arc KI, KL , est plus grand que chascque arc KY, KX . Et d'autant que la ligne droicte tirée par K , & par le centre de la Sphere, c'est à dire la commune section des grands cercles, coupe hors la Sphere le plan du parallel QR , si ceste ligne droicte là, & ledit plan du cercle QR sont prolongez de la part de K , comme il a esté dict en la demonstration de la 5. p. 3. l'arc KY sera plus grand que l'arc KX , par la 4. p. 3. Mais à l'arc KY est egal l'arc MO , & à l'arc KX l'arc OQ , par la 13. p. 2. Car les demy-cercles, desquels l'un est tiré de A par B , mais l'autre de E par K , ne sont conuenans, comme il est manifeste par les choses dictes en la demonstration de ladite 13. p. 2. Donc aussi l'arc MO sera plus grand que l'arc OQ . Si donc en la Sphere vn grand cercle touche &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

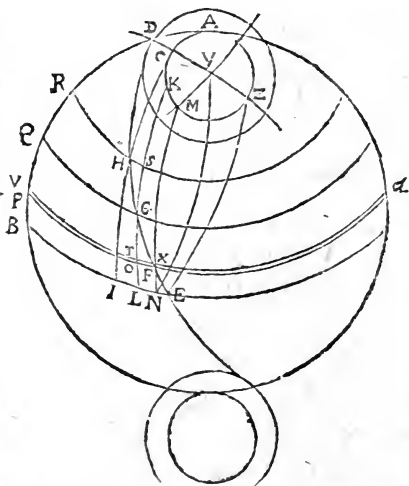
Theor. 8. Prop. 8.

Si en la Sphere, vn grand cercle touche quelque cercle de la Sphere, & que quelque autre grand cercle oblique aux parallels touche des cercles plus grand que ceux-là lesquels le grand cercle premierement posé touchoit, & les atouchemens d'iceux soient à iceluy grand cercle premierement posé; mais qu'au cercle oblique soient prises egales & continuelles circonférences vers mesmes parties du grand parallel, & que par les poincts terminans les egales circonférences soient descripts des grands cercles, lesquels touchent aussi le mesme cercle que touchoit le grand cercle premierement po-

fé, & prennent semblables circonferences des parallels, & qu'ils ayent les demy-cercles qui tendent des poinçts d'attouchemens aux poinçts terminans les egales circonferences du cercle oblique par lesquels ils sont desçris, de telle maniere qu'ils ne conuiennent point avec le demy-cercle du grand cercle premiere-ment posé auquel est l'attouchement du cercle oblique entre le pole apparant & le grand pa-rallel: Ils prendront entr'eux inegales circon-ferences d'iceluy grand parallel, desquelles la plus proche du grand cercle premiere-ment posé, sera tousiours plus grande que la plus esloi- gnée.

Qu'en la Sphè-
re le grand cer-
cle A B touche
le cercle A C
en A ; & par
consequent vn
autre egal & V
P
B
paral-
lel à ice-
luy, & qu'un au-
tre grand cer-
cle D E obli-
que aux paral-
lels, touche
deux autres
plus grands pa-
rallels, & soient
les attouche-
mens au cercle
A B, de telle

maniere qu'est le poinçt D, & soit BE le plus grand des pa-



rallels : Et que du cercle oblique D E soient pris arcs egaux
 F G, G H; & par les poinçts F, G, H, soient desçris les grands
 cercles CI, KL, MN, touchans le parallel A C en c, k, m, & coup-
 pans le plus grand des parallels D E en I, L, N, tellement
 qu'ils prennent semblables arcs des parallels, & que les demy-
 cercles d'iceux commençans és poinçts c, k, m, & pas-
 sans par F, G, H, ne conuiennent avec le demy-cercle du
 cercle A B, commençant à A & passant par B. Je dis que l'arc
 I L est plus grand que l'arc L N. Car soient desçris par F, G,
 H, les cercles parallels P Q, R G, R H, couppans le cercle KL en
 O, S. Donc par la precedente l'arc P Q sera plus grand que
 l'arc Q R, ausquels estans egaux les arcs G O, G S, par la 13. p. 2.
 aussi G O sera plus grand que G S. Soit faict GT egal à G S, &
 par T soit desçrit le parallel V T, couppant le cercle M N en
 X. Et d'autant que la commune section des cercles M N,
 V X, c'est à dire la ligne droicte tirée de la section X à l'autre
 section, oste vn segment qui commence à X & passe par V
 iusques à l'autre section, moindre que le demy-cercle; (car le
 grand cercle MN couppant le parallel V X, non par les po-
 les, oste vn segment plus grand que le demy-cercle par la 19.
 p. 2. sçauoir est celuy qui est entre le plus grand des parallels,
 & le pole apparant, tel qu'est le segment commençant à X, &
 passant par a iusques à l'autre section avec le cercle M N.) &
 oste du grand cercle MN vn segment plus grand que le de-
 my-cercle, sçauoir lequel commençant à X, passe par N à
 l'autre section; & est le segment XV incliné au segment X M
 vers les parties de R. Car si par N, & par y pole des parallels
 est desçrit le grand cercle y N, iceluy sera à angle droict sur
 B E par la 15. p. 1. Donc M N qui est posé entre ces deux-là,
 (car d'autant que par le Scholie de la 15. p. 2. du poinçt F,
 peuuent estre tirez deux cercles touchans le parallel A C,
 l'un à senestre du cercle y N, & l'autre à dextre, nous elisons
 le premier, afin qu'il soit posé entre les grands cercles y N,
 B E.) est incliné au mesme B E, vers les parties de R, & reci-
 proquement B E à M N; & par consequent V X qui luy est
 parallel sera aussi incliné à M N, vers les mesmes parties R.
 Item le segment commençant à X & passant par V, iusques
 à l'autre section, est couppé inegalement en T, & la partie
 T X est la moindre, comme nous demonstrerons au Lemme
 suiuant. Donc par la 2. p. 3. la ligne droicte TX est moindre
 que la ligne droicte T F: Mais icelle T F est egale à la ligne

100 TROISIÈSME LIVRE DES
droicte HS par la 3 p 3. Donc aussi la ligne droicte TX est
moindre que la ligne droicte HS; & partant comme il a esté
demonstré au Lemme de la 6. p. 3. l'arc HS sera plus grand
que ne peut estre le semblable à l'arc TX. Veu donc que
par la 13. p. 2. l'arc IL est semblable à l'arc HS, & l'arc LN à
l'arc TX; l'arc IL sera pareillement plus grand que n'est le
semblable à l'arc LN; & partant veu qu'ils sont en vn mesme
cercle; IL sera plus grand que LN. Si donc en la Sphere, vn
grand cercle &c. Ce qu'il falloit prouuer.

LEMME I.

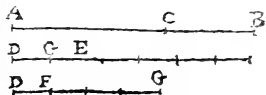
Or que l'arc TX soit moindre que la moitié du segment, lequel com-
mence à X, & est tiré par V iusques à l'autre section, nous le de-
monstrerons ainsi. Par E, soit mené le grand cercle EZ touchant le
parallél AC au point Z, lequel soit à dextre du grand cercle NY, puis
que par le Scholiste de la 15 p 2. peuvent estre tirez de E deux cercles
touchant AC, l'un à fenestre du cercle NY, & l'autre à dextre: & EZ
sera quadrant. Car le grand cercle ZY décrit par Y pole du cercle AC,
& par l'atouchement Z, passe aussi par le pole du cercle touchant EZ
par la 5 p. 2. Parquoy le mesme cercle YZ coupera les segmens des
cercles BE, EZ en deux également par la 9. p. 2. Veu donc que ces
grands cercles cy s'entrecoüppent en deux également par la 11. p. 1.
le segment depuis le point E par Z iusques à l'autre section, sera
couppé en deux quadrans au point Z; & partant EZ sera vn qua-
drant. En la mesme maniere ED sera quadrant, si par le pole Y &
atouchement D on décrit le grand cercle YD. Mais l'arc du grand
cercle entre E & le pole Y est aussi quadrant par le corol. de la 16 p 1.
Donc le grand cercle décrit de E comme pole & intervalle EZ, passera
par les points Y, D. Nous demonstrerons en la mesme maniere que
NM est quadrant; & par consequent que le grand cercle décrit du
pole N & intervalle NM passe par Y pole des parallèles, tel qu'est MY;
& partant qu'il coupe l'arc ED, outre le point D, & l'arc NB, outre
l'arc DB; & par consequent aussi l'arc XV outre le mesme arc DB, à
cause que les grands cercles ZYD, MY, s'entrecoüppent au pole Y, &
que le point M est entre D & Z. Et d'autant que le grand cercle MY
tiré par Y pole du parallél AC, & par l'atouchement M, passe aussi
par le pole du cercle touchant NM par la 5. p. 2. il passera par les poles
des cercles XV, & NM, s'entrecoüppans en X. Parquoy il coupera les
segmens d'iceux en deux également par la 9 p. 2. Veu donc qu'outre
le point V, il coupe le segment de X par V iusques à l'autre point
où les cercles XV, NM, s'entrecoüppent; l'arc XV sera moindre que la
moitié du segment de X par V iusques à l'autre section; & partant

Il sera beaucoup moindre que la moitié du mesme segment. Ce qui estoit proposé.

LEMME II.

Estans proposées deux grandeurs inegales, en trouver une moyenne qui soit commensurable à quelconque grandeur donnée.

Soient proposées les deux grandeurs inegales AB, AC; & donnée quelque autre que ce soit DG: & il faut en trouver une autre moyenne, c'est à dire qui soit plus grande que AC, mais moindre



que AB, & commensurable à DG. Soit premierement DG moindre que BC excès d'être les grandeurs AB, AC; & E multiplie d'icelle DG prochainement plus grande que AC. Quoy posé, E sera moindre que AB. Car si elle estoit egale, ostât d'icelle E, une grandeur egale à DG, (laquelle est posée moindre que BC,) le reste multiplie d'icelle DG seroit encore plus grande que AC. D'où E n'estoit la multiplie de DG prochainement plus grande que AC. Ce qui est absurde. Donc E n'est egale à icelle AB; & partant à plus forte raison ne sera plus grande. Elle est donc moindre que AB; & par consequent veu qu'elle est aussi plus grande que AC, & commensurable à icelle DG, pource qu'elle est multiplie d'icelle, appert ce qui estoit proposé.

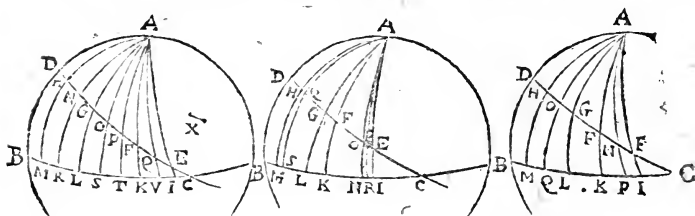
Maintenant que la grandeur DG ne soit moindre que BC. Soit divisée DG en deux egaleement, & derechef la moitié en deux egaleement, & ainsi continuellement jusques à ce qu'il reste la partie DE moindre que BC; & soit E multiplie d'icelle DE prochainement plus grande que AC; & sera E commensurable à icelle DE; & partant aussi à icelle DG par la 12. p. 10. d'Eucl. à cause que l'une & l'autre est commensurable à icelle DE. Derechef en la mesme maniere qu'il a esté démontré cy dessus E sera moindre que AB. Veü donc qu'elle est aussi plus grande que AC, & commensurable à icelle DG, appert ce qui estoit proposé.

Theor. 9. Prop. 9.

Si le pole des parallels est en la circonference d'un grand cercle, lequel deux autres grands cercles couppent à angles droicts, desquels cercles l'un soit un des parallels, mais l'autre soit oblique aux parallels, & que de ce cercle oblique soient prises egales circonférences, les-

quelles ne soient continuelles, mais toutesfois soient vers mesmes parties d'iceluy grand cercle parallel, mais que par le pole, & chasques poinçts terminans les egales circonferences soient desçris des grands cercles : Ils prendront inegales circonferences du grand cercle parallel, desquelles celle qui sera plus proche du grand cercle premierement posé, sera tousiours plus grande que la plus esloignée.

En la circonferance du grand cercle A B, soit A pole des parallels, & que les deux grands cercles B C, D C, le coupe à angles droicts, desquels B C soit le grand parallel, & D C soit oblique aux parallels, duquel soient pris les arcs egaux non continuels E F, G H; & par les poinçts E, F, G, H, & le pole A, soient desçris les grands cercles, A E I, A F K, A G L, A H M. Je dis que l'arc M L est plus grand que l'arc K I. Car l'arc du milieu F G est ou commensurable à chacun des egaux



E F, G H, ou incommensurable. Soit premierement commensurable. Or ayant trouué par la 4. p. 10. d'Eucl. la plus grande commune mesure X, soient diuisez les trois arcs E F, F G, G H, en parties egales à icelle x, comme appert en la premiere figure, & par les poinçts de la diuision, & pole A, soient tirez des grands cercles par la 20. p. 1. Donc puis que les arcs E Q, Q E, F P, &c. sont egaux; l'arc M R sera plus grand que l'arc R L, & R L plus grand que L S, &c. par la 6. p. 3. Donc puis que M R est plus grand que K V, & R L plus grand que V L; le tout M L sera aussi plus grand que le tout K I.

Maintenant l'arc FG soit incommensurable à chacun des arcs égaux EF, GH : Je dis derechef que l'arc ML est plus grand que l'arc KI . Car s'il n'est plus grand, il sera moindre ou égal: Soit premierement (si faire se peut) plus grand comme en la 2. fig. & de KI soit pris KN égal à iceluy ML ; & par N & A , soit décrit par la 20. p. 1. le grand cercle AON , couppant le cercle CD en O ; puis par le 2. Lemme de la prop. preced. soit trouué l'arc FP , plus grand que FO , mais moindre que FE , & commensurable à FG , & soit Q égal à iceluy FP , (qui est moindre que EF , & partant aussi moindre que GH , qui est égal à iceluy EF ,) & par P, Q , & A soient décrits les grands cercles APR, AQS , par la 20. p. 1. Donc puis que les arcs non continuels PF, GQ sont égaux, & que l'arc du milieu FG est commensurable à chacun d'eux; l'arc SL sera plus grand que l'arc KL , comme il a esté démontré en la premiere figure. Il sera donc aussi beaucoup plus grand que KN ; & partant aussi ML , beaucoup plus grand que KN . Mais KN a aussi esté posé égal à iceluy ML . Ce qui est absurde. ML n'est donc pas moindre que KI .

Soit donc, si faire se peut, l'arc ML égal à l'arc KI , comme en la 3. figure. Estant diuisez les arcs EF, GH , en deux également en N, O , soient décrits par N, O , & A , les grands cercles ANP, AOQ . Donc par la 6. p. 3. l'arc MQ sera plus grand que l'arc QL , & KP plus grand que PI . Parquoy QL sera moindre que la moitié d'iceluy ML , & KP plus grand que la moitié d'iceluy KI . Veu donc que ML, KI , sont posez égaux; QL sera moindre que KP : ce qui est absurde. Car puis que les arcs FN, GO , moitiés des arcs égaux EF, GH , sont égaux non continuels; QL ne peust pas estre moindre que KB , comme il a esté démontré en la seconde fig. L'arc ML n'est donc pas égal à l'arc KI ; Mais il a esté démontré qu'il n'est pas aussi moindre. Il est donc plus grand. Parquoy si le pole des parallels est en la circonference &c. Ce qu'il falloit prouuer.

SCHOLIE.

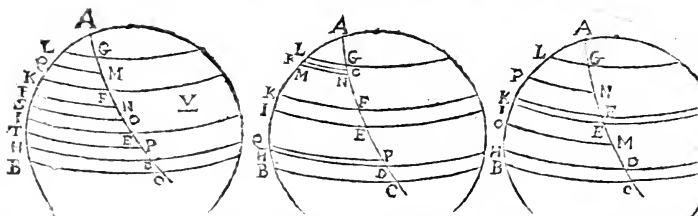
Ainsi que Theodose a démontré en ceste 9. p. le mesme des arcs non continuels, que des continuels en la 6. p. 1. ainsi en quelque version sont demonstrez en trois Theoremes le mesme des arcs non continuels, que Theodose a démontré des continuels es prop. 5. 7. & 8. Or le premier Theor. est tel.

I.

Si le pole des parallels est en la circonference d'un grand

cercle, lequel coupe à angles droicts deux autres grands cercles, l'un desquels soit un des parallèles, & l'autre soit oblique aux parallèles, & que d'iceluy cercle oblique soient prises egales circonferences, lesquelles ne soient continuelles, mais toutesfois soient vers mesmes parties d'iceluy grand cercle parallèle, & que par chascques poincts terminans les egales circonferences, soient descriptes des cercles parallèles: les circonferences d'iceluy grand cercle premièrement posé interceptes entre les parallèles, seront inegales, & tousiours la plus proche du grand parallèle, sera plus grande que la plus esloignée.

En la circonferance d'un grand cercle AB , soit le pôle des parallèles, lequel cercle coupe à angles droicts deux autres grands cercles BC , AC , desquels BC soit le grand parallèle, & AC oblique aux parallèles: Soient pris les arcs egaux non continuels DE , FG ; & par les poincts D , E , F , G , soient tirez les cercles parallèles DH , EI , EJ , GL . Je dis que l'arc HI est plus grand que l'arc KL . Car l'arc du milieu EF , est ou commensurable à chacun des egaux DE , FG , ou in-



commensurable. Soit premièrement commensurable. Or ayant trouvé par la 4 p. 10. d'Eucl. la plus grande commune mesure V , les trois arcs DE , EF , FG , soient coupez en parties egales à icelle V , & par les poincts des diuisions, descriptes des parallèles, comme apparait en la première figure. Donc puis que les arcs continuels DP , PE , EO , &c. sont egaux: par la 5 p. 3. l'arc HT sera plus grand que l'arc TI , & TI plus grand que IS , &c. Parquoy puis que HT est plus grand que KQ , & TI plus grand que QL ; le tout HI sera plus grand que le tout KL . Ce qui estoit proposé.

Soit maintenant EF incommensurable à chacun DE , FG . Je dis de rechef que l'arc HI est plus grand que l'arc KL . Car s'il n'est plus grand, il sera ou egal, ou moindre. Soit premièrement moindre si faire se peut; & de KL (comme en la 2. fig.) soit osté KM egal à iceluy HI ; & par M soit tiré le parallèle MN ; puis apres par le 2. Lemme de

de la 3. p. de celuy, soit trouué l'arc FO plus grand que FN, mais moindre que FG, & commensurable à l'arc intermoyen EF; & soit EF égal à iceluy FO, (qui est moindre que FG; & partant aussi moindre que DE égal à iceluy FG.) & par O, P, soient descriptz les parallèles OR, PQ. Donc puis que les arcs non continuels sont égaux, & que l'arc du milieu EF est commensurable à chacun d'iceux; l'arc QI sera plus grand que l'arc KR, comme il a esté démontré en la 1. fig. Iceluy arc QI sera donc aussi beaucoup plus grand que l'arc KM; & partant l'arc HI sera encore dauantage plus grand que KM. Ce qui est absurde: Car HI a esté posé aussi égal à iceluy KM. Donc HI n'est pas moindre que KL. Soit donc, si faire se peut, l'arc HI égal à l'arc KL, comme en la 3. fig. Or les arcs DE, FG estans coupezz en deux également en M, N, soient tirez par M, N, les parallèles MO, NP. Donc par la 5. p. 3. l'arc HO sera plus grand que OI, & KP plus grand que PL. Parquoy OI sera moindre que la moitié de HI, & KP plus grand que la moitié de KL. Ven donc que HI, KL sont posez égaux; OI sera moindre que KP. Ce qui est absurde. Car puis que les arcs ZM, FN, moitiés des égaux DE, FG, sont égaux, & non continuels; OI ne pourra estre moindre que KP, comme a esté démontré en la 2. fig. L'arc HI n'est donc pas égal à l'arc KL; mais il n'est pas aussi moindre: Il est donc plus grand. Ce qui estoit proposé.

II.

Si en la Sphere, vn grand cercle touche quelque cercle de la Sphere, mais qu'un autre grand cercle soit oblique aux parallèles, & touche des cercles plus grands que ceux-là, lesquels le grand cercle premierement posé touche, & les atouchemens d'iceux soient en iceluy grand cercle premierement posé, & que du cercle oblique soient prises circonferences égales, lesquelles ne soient continuelles, mais toutefois soient vers mesmes parties du grand cercle; & que par les poincts terminans les égales circonferences soient descriptz des cercles parallèles: Entre iceux seront prises circonferences inégales du grand cercle premierement posé, desquelles celle qui sera plus proche du grand cercle, sera plus grande que la plus esloignée.

Ce Theoreme sera démontré par la 7. p. de ce liure, tout ainsi que le preced. Theor. a esté démontré par la 5. p. Lors que les deux grands cercles AB, AC, du preced. Theor. touchent deux parallèles, comme il a esté dict en la 7. p. de ce liure; le reste de la construction de la figure ne differe de la construction du preced. Theor. &c.

Si en la Sphere un grand cercle touche quelque cercle de la Sphere, & que quelque autre grand cercle oblique aux parallèles touche des cercles plus grands que ceux-là, lesquels le grand cercle premierement posé touchoit, & les atouchemens d'iceux soient à iceluy grand cercle premierement posé, mais qu'au cercle oblique soient prises egales circonferences, lesquelles ne soient continuelles, mais toutesfois soient vers mesmes parties du grand parallèle, & par les poinçts terminans les egales circonferences, soient descriptes des grands cercles, lesquels touchent aussi le mesme cercle que touchoit le grand cercle premierement posé, & prennent entr'eux semblables circonferences des parallèles, & ayent les demy-cercles qui tendent des poinçts d'atouchemens vers les poinçts terminans les egales circonferences du cercle oblique, par lesquels ils sont descriptes, de telle sorte qu'ils ne conuenient point avec celuy du grand cercle premierement posé, auquel est l'atouchement du cercle oblique, entre le pôle apparant, & le grand parallèle: Entre iceux cercles seront prises circonferences inegales du grand parallèle, desquelles la plus prochaine du grand cercle premierement posé sera tousiours plus grande que la plus esloignée.

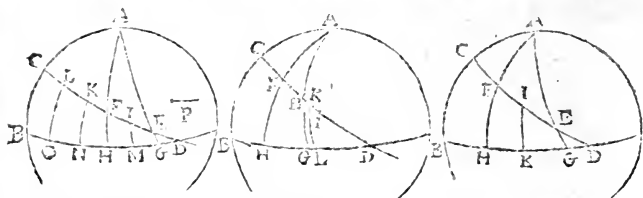
Ce Theoreme sera aussi démontré par la 8. p. de ce liure, ainsi que la 9. p. a esté démontrée par la 6. p. moyennant que les grands cercles de la 9. p. tirez de A, touchent un mesme cercle moindre que celuy lequel D C doit toucher, &c.

Theor. 10. Prop. 10.

Si le pôle des parallèles est en la circonferance d'un grand cercle, lequel coupe à angles droictz deux autres grands cercles; l'un desquels soit un des parallèles, & l'autre soit oblique aux parallèles, mais qu'en ce cercle oblique soient pris deux quelconques poinçts vers mesmes parties d'iceluy grand parallèle, & que par le pôle des parallèles, & par chacun d'iceux poinçts soient descriptes des grands cercles: comme la cir-

conference du grand parallel intercepte entre le grand cercle premierement posé, & le prochain grand cercle décrit par le pole & par l'un des poinçts, sera à la circonference du cercle oblique intercepte entre les mesmes cercles, ainsi la circonference du grand parallel intercepte entre les grands cercles décrits par le pole, & par l'un & l'autre des poinçts, sera à quelque circonference, qui est moindre que la circonference du cercle oblique intercepte entre l'un & l'autre poinçt.

Soit A le pole des parallels en la circonference du grand cercle A B, lequel deux autres grands cercles B D, C D, couppent à angles droicts, & B D soit le grand parallel, mais C D soit oblique aux parallels; auquel C D estans pris quelconques deux poinçts E, F, soient décrits par le pole A, & par iceux poinçts E, F, les grands cercles A E G, A F H. Je dis que comme l'arc B H est à l'arc C F, ainsi est l'arc H G à un arc moindre que l'arc F E. Car ou les arcs C F, F E, sont commensurables ou incommensurables. Qu'ils soient premierement commensurables, comme en la premiere fig. Et estant trouué P plus grande commune mesure d'iceux, soient diuisez lesdits arcs C F, F E, en arcs egaux à ladite plus grande commune mesure P; & par les poinçts des diuisions, & pole A, soient tirez les grands cercles I M, K N, L O. D'autant que les arcs continuels C L, L K, K F, F I, I E, sont egaux; par la 6. p. 3. l'arc B O sera plus grand que O N, & O N plus grand que N H, &c. Donc par la 8. p. 5. d'Eucl. il y aura plus grand raison de B O à C L que de O N à L K; & de O N à L K que de H N à K F, &c. Parquoy veu que les grandeurs B O, O N, N H, sont egales en multitude aux grandeurs C L, L K, K F; il y aura plus grande raison du tout B H au tout C F, que de N H à K F. Mais il a esté demonstté que la raison de N H à K F, est encore plus grande que la raison de H M à F I. Donc B H a beaucoup plus grande raison à C F que H M à



FI: Mais il y a encore plus grande raison de HM à FI, que de HG à FE, à cause que les arcs HM, MG, sont égaux en multitude aux arcs FI, IE, & qu'il y a plus grande raison de HM à FI, que de MG à IE, comme il a esté démontré. Il y a donc beaucoup plus grande raison de BH à CF, que de HG à FE. Or soit posé que comme BH à CF, ainsi HG à P. Il y aura donc pareillement plus grande raison de HG à P, que de HG à FE; & partant par la 10. p. 5. d'Eucl. l'arc P sera moindre que l'arc FE. Parquoy comme l'arc BH est à l'arc CF, ainsi est l'arc HG à l'arc P, moindre que l'arc FE. Ce qui a esté proposé.

Or soient maintenant les arcs CF, FE, incōmensurables comme en la 2. fig. Je dis derechef que comme l'arc BH est à l'arc CF, ainsi est l'arc HG à vn arc moindre que l'arc FE. Car s'il n'est ainsi comme BH sera à CF, ainsi HG sera ou à vn arc plus grand que FE, ou à iceluy mesme. Soit premieremēt, si faire se peut, comme BH à CF, ainsi HG à l'arc FI, plus grand que l'arc FE. Soit trouué par le 2. Lemme de la 8. p. 3. l'arc FK plus grand que l'arc FE, mais moindre que FI, & commensurable à iceluy CF, & soit tiré par K & le pole A, le cercle majeur KL par la 20. p. 1. D'autant que les arcs CF, FK, sont commensurables, comme BH sera à CF, ainsi HL sera à vn arc moindre que l'arc FK, comme il a esté démontré en la 1. fig. Mais soit posé que comme BH à CF, ainsi HG à FI. Donc aussi comme HG sera à FI, ainsi HL sera à vn arc moindre que l'arc FK; & en permutant comme HG sera à HL, ainsi sera FI à vn arc moindre que FK. Mais l'arc HG est moindre que l'arc HL. Donc aussi l'arc FI sera moindre qu'un arc moindre que l'arc FK: Le tout que la partie. Ce qui est absurde. Donc BH n'est pas à CF, ainsi que HG à vn arc moindre que l'arc FE.

Soit donc, si faire se peut, comme BH à CF, ainsi HG à FE,

comme en la 3. figure. Estant diuisé l'arc FE en deux également en I, soit décrit par I, & par le pole A, le grand cercle IK. D'autant que les arcs continuel FI, IE, sont égaux, l'arc HK sera plus grand que k G par la 6. p. 3. & partant Hk sera plus grand que la moitié d'iceluy H G. Parquoy par la 8. p. 5. d'Eucl. il y aura plus grande raison de HK à FI, que de l'arc moitié d'iceluy H G à FI. Mais par la 15. p. 5. d'Eucl. comme la moitié de l'arc H G est à FI moitié de l'arc FE, ainsi est tout l'arc H G à tout l'arc FE. Il y aura donc plus grande raison de HK à FI, que de H G à FE. Or comme H G à FE, ainsi est posé B H à C F. Il y aura donc aussi plus grande raison de HK à FI, que de B H à C F; & parrant par la 10. p. 5. d'Eucl. l'arc HK sera à vn arc plus grand que l'arc FI, comme B H à C F. Ce qui est absurde. Car il a esté démontré en la 2. fig. qu'il ne se peut faire, que comme l'arc B H est à l'arc C F, ainsi l'arc HK soit à vn arc plus grand que l'arc FI. Donc comme B H est à C F, ainsi n'est pas H G à FE: mais comme B H est à C F, ainsi H G n'est pas à vn arc plus grand que l'arc FE, comme il a esté démontré. Donc comme B H sera à C F, ainsi H G sera à vn arc moindre que l'arc FE. Parquoy si le pole des parallèles &c. Ce qu'il falloit prouuer.

COROLLAIRE.

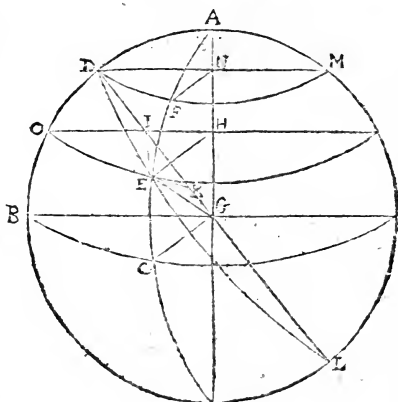
De là arrive, que l'arc B H a plus grãde raison à l'arc C F, que l'arc H G à l'arc FE. Car puis que comme B H est à C F, ainsi H G est à vn arc moindre que l'arc FE, & que par la 10. p. 5. d'Eucl. l'arc H G a plus grande raison à vn arc moindre que l'arc FE, qu'à iceluy FE; par la 8. p. 5. d'Eucl. B H aura aussi plus grande raison à C F, que H G à FE.

Theor. II. Prop. II.

Si le pole des parallèles, est en la circonference d'un grand cercle lequel coupe à angles droicts deux autres grands cercles, l'un desquels soit vn des parallèles, & l'autre soit oblique aux parallèles, & qu'un autre grand cercle passant par les poles des parallèles coupe le cercle oblique entre le grand parallel, & celuy.

là lequel ledict cercle oblique touche: le diametre de la Sphere a plus grande raison au diametre de ce cercle là, lequel le cercle oblique touche, que la circonference du grand parallel intercepte entre le grand cercle premierement posé, & le grand cercle passant par les poles des parallels, à la circonference du cercle oblique, intercepte entre les mesmes cercles.

En la circonférence du grand cercle A B soit A pole des parallels, & qu'iceluy cercle A B coupe à angles droicts deux autres grands cercles B C, D E, desquels B C soit le grand parallel, & D E soit oblique aux parallels, touchant le parallel D F: par le



pole A soit aussi décrit un autre grand cercle A E, couppant l'oblique D E au point E, posé entre le grand parallel B C, & le parallel D F, lequel l'oblique touche. Je dis que le diametre de la Sphere a plus grande raison au diametre du parallel D F, que la circonference B C à la circonference D E. La ligne droite A G soit la commune section des cercles A B, A E; & B G la commune section des cercles A B, B C; & icelles A G, B G, seront semidiametres d'iceux; (veu qu'en la Sphere les grands cercles s'entrecouppent en deux également) & partant aussi de la Sphere, s'entrecouppans en G centre de la Sphere, & des grands cercles. Soit pareillement

DL commune section des cercles AB, DE, qui sera pareillement diametre de la Sphere, passant par le centre G. Derechef DM soit commune section des cercles AB, DF; & DM sera diametre du cercle DF, à cause que par la 15. p. 1. le cercle AB coupe le parallel DF en deux également par les poles. Item FN, CG, soient les communes sections des cercles DF, BC, avec le cercle AE. Du pole A & interualle AE soit décrit le parallel OE, & soient OH, EH, les communes sections d'iceluy avec les cercles AB, AE; & FN, EH, CG, seront semidiametres des cercles DF, OE, BC, pource que par la 15. p. 1. le cercle AE coupe iceux en deux également par les poles, & partant les communes sections sont diametres rencontrans les diametres DM, OH, BG, és centres N, H, G: Car OH est aussi diametre du cercle OE, veu que AB coupe en deux également iceluy par le pole A. Soit derechef EG commune section des grands cercles AE, DE, qui sera aussi diametre passant par G centre de la Sphere. Finalement EI soit commune section des cercles DE, OE. Et d'autant que la ligne droicte AG tiree par les poles du parallel OE est perpendiculaire au plan du parallel, & tombe au point H centre d'iceluy par la 10. p. 1. l'angle OHG au triangle GHI, sera droict; & partant l'angle HGI sera aigu. Le costé GI sera donc plus grand que le costé HI par la 19. p. 2. d'Eucl. Soit ostée la ligne droicte IK egale à IH, & soit menée la ligne droicte EK. Derechef, puis que l'un & l'autre cercle DE, OE est droict au cercle AB, aussi EI commune section d'iceux sera perpendiculaire au mesme par la 19. p. 11. d'Eucl. & partant droict chaque angle EIH, EIK. Donc puis que les deux costez EI, IH du triangle EIH, sont egaux aux deux costez EI, IK du triangle EIK, chacun au sien, & les angles qu'ils contiennent aussi egaux, sçauoir droicts, par la 4. p. 1. d'Eucl. les angles IHE, IKE, seront aussi egaux. Or d'autant que la raison de la ligne droicte GI à la ligne droicte IK est plus grande que de l'angle IKE, ou de son egal OHI à l'angle IOE, comme nous demonstrerons incontinent; & que par la 10. p. 11. d'Eucl. l'angle OHI est egal à l'angle BGC; (car les lignes droictes OH, BG, communes sections des plans parallels OE, BC, faictes par le plan AB, sont paralleles par la 16. p. 11. d'Eucl. & aussi les lignes droictes EH, CG communes sections des mesmes plans faictes par le plan AE.) pareillement la raison de la ligne droicte GI à la ligne droicte IK,

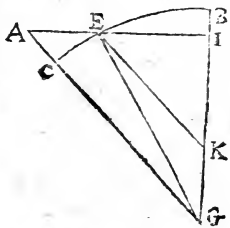
c'est à dire à la ligne droite $I H$ son égale, sera plus grande, que de l'angle $B G C$ à l'angle $D G E$. Mais comme l'angle $B G C$ est à l'angle $D G E$, ainsi est l'arc BC à l'arc DE par la 33. p. 6. d'Eucl. Il y aura donc pareillement plus grande raison de la ligne droite GI à la ligne droite $I H$, que de l'arc BC à l'arc DE . Mais par la 4. p. 6. d'Eucl. comme GI est à $I H$, ainsi GD à DN , c'est à dire par la 15. p. 5. d'Eucl. ainsi tout le diametre DL à tout le diametre DM , (car DN , OH , communes sections des plans parallèles DE , OE , faictes par le plan AB , sont parallèles par la 16. p. 11. d'Eucl.) Il y aura donc aussi plus grand raison de DL diametre de la Sphere à DM diametre du parallel DF , que de l'arc BC à l'arc DE . Parquoy si le pole des parallèles, &c. Ce qu'il falloit prouver.

L E M M E.

Or qu'il y ait plus grande raison de la ligne droite GI à la ligne droite IK , que de l'angle IKE à l'angle IGE , nous le démonstrerons proposant ce Theoreme.

En tout triangle rectangle, si de l'un des angles aigus, est tirée vne ligne droite au costé opposite; il y aura plus grande raison d'iceluy costé au segment qui est proche de l'angle droit, que de l'angle aigu, lequel la ligne tirée faict avec le susdict costé à l'autre angle aigu du triangle.

Soit le triangle rectangle $E G I$ ayant l'angle I droit, & de l'angle aigu IEG , soit tirée comme on voudra au costé opposé GI la ligne droite $E K$. Je dis que la raison de la ligne droite GI à IK est plus grande que de l'angle aigu IKE à l'angle aigu IGE . Car soit tiré par G la ligne droite GA parallèle à icelle $E K$, rencontrant la ligne IE prolongée en A . Et d'autant que l'angle I



est droit, l'angle IEG sera aigu; & partant AEG obtus. Parquoy par la 19. p. 1. d'Eucl. au triangle $G E I$, le costé EG est plus grand que le costé GI ; Mais au triangle AEG , il est moindre que le costé AG . Partant l'arc du cercle descript de G & internele GE , coupera la ligne droite GI produite entre I , sçavoir est en B , mais la ligne droite GA , par de ça A comme en C . Donc puis que le triangle GAE est plus grand que le secteur GCE ; il y aura plus grande raison du triangle GAE au triangle $G E I$, que du secteur GCE au triangle $G E I$, par la 8. p. 5. d'Eucl. Mais la raison du secteur GCE au triangle $G E I$ est encore plus

plus grande qu'à au secteur GEB; pource que le triangle GAI est moindre que le secteur GEB. Il y a donc beaucoup plus grande raison du triangle GAI au triangle GEI, que du secteur GCZ au secteur GEB; & partant en composant il y aura aussi plus grande raison du triangle GAI au triangle GEI, que du secteur GCB au secteur GEB. Mais par la 1. p. 6. d'Eucl. comme le triangle GAI est au triangle G L I, ainsi est la ligne droite AI à la ligne droite I Z; & par le corol. de la 33. p. 6. d'Eucl. comme le secteur GCB est au secteur GEB, ainsi est l'angle BGC à l'angle BGE. Il y aura donc plus grande raison de AI à IZ, que de l'angle BGC, ou de son égal I K E à l'angle IGE. Mais comme AI est à IZ ainsi est GI à IK par la 2. ou 4. p. 6. d'Eucl. Il y aura donc aussi plus grande raison de la ligne droite GI à la ligne droite IK, que de l'angle I K E à l'angle IGE. Ce qui estoit proposé.

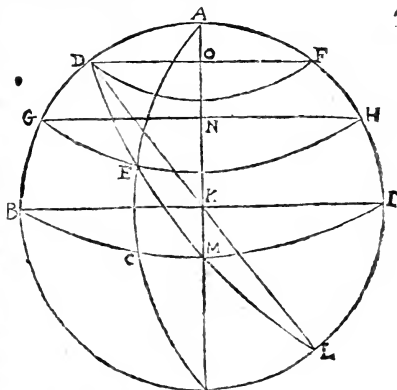
SCHOLIE.

En quelque version est adionste en ce lieu le Theoreme suivant.

Les mesmes choses estans posées, le diametre de la Sphere a moindre raison au diametre du parallele décrit par le point du cercle oblique, par lequel le grand cercle passe du pole, que la circonference du grand parallele intercepte entre le grand cercle premierement posé, & le grand cercle passant par les poles des parallels, à la circonference du cercle oblique intercepte entre les mesmes cercles.

Soient les Cercles décrits, comme en la preced. prop.

Je dis qu'il y a moindre raison du diametre de la Sphere au diametre du parallele GE, que de la circonference BC à la circonference DE. Que GH, BI, soient communes sections des cercles GE, BC avec le cercle A B, les-



quelles seront diametres d'iceux, ven que A B tiré par les poles d'iceux, les coupe en deux également & à angles droicts par la 13. p. 3

Donc BI sera aussi diamètre de la Sphère. Et pource que le cercle DE est posé droit à AB , par la 13. p. 1. DI passera par les poles d'iceluy AB . Par mesme raison EC passera par les poles du mesme AB . Parquoy le point M auquel ils s'entrecouppent sera le pole du cercle AB ; & partant le segment DEL , lequel est droit au cercle AB , est divisé inégalement au point E , auquel les cercles DE, GE s'entrecouppent; & la moindre partie sera ED , puis que par la 28 p. 3. d'Eucl. les arcs MD, ML sont égaux, les lignes droictes soubtendans iceux estans égales par la def. du pole. Donc par le 3. Theo du Scholie de la 21. p. 2. estant tirée la ligne droicte ID , elle sera moindre que la ligne droicte EG ; & partant ven que le cercle GE est moindre que le cercle DE , la circonférence EG sera plus grande que la circonférence DE . Car si par le Lemme de la 6 p. de ce liure la ligne droicte égale à la ligne droicte ID , oste du cercle GE , un plus grand arc que la ligne droicte DE du cercle DE , à plus forte raison la ligne droicte EG , qui est plus grande que la ligne droicte ID , osera un plus grand arc & c. Parquoy par la 8. p. 5. d'Eucl. il y aura plus grande raison de l'arc BC à l'arc GE , qu'à l'arc DE . Et d'autant que par la 10 p. 2. les arcs BC, GE , sont semblables; comme l'arc BC est à toute la circonférence du cercle BCI , ainsi l'arc GE est à toute la circonférence du cercle GEH ; & partant en permutans comme l'arc BC est à l'arc GE , ainsi toute la circonférence du cercle BCI est à toute la circonférence du cercle GEH . Il y aura donc aussi moindre raison de la circonférence du cercle BCI à la circonférence du cercle GEH , que de l'arc BC à l'arc DE . Mais comme la circonférence du cercle BCI est à la circonférence du cercle GEH , ainsi est le diamètre BI , (qui est aussi diamètre de la Sphère) au diamètre GH , comme sera incontinent démontré. Il y aura donc pareillement moindre raison de BI diamètre de la Sphère à GH diamètre du parallèle GE , que de l'arc BC à l'arc DE . Ce qui estoit proposé.

LEMME.

Or que comme la circonférence du cercle BCI est à la circonférence du cercle GEH , ainsi soit le diamètre BI au diamètre GH , nous le démonstrerons ainsi. D'autant que par la 2 p. 12. d'Eucl. le cercle BCI est au cercle GEH , comme le carré du diamètre BI au carré du diamètre GH ; & que par la 15 p. 5. d'Eucl. comme le cercle BCI est au cercle GEH , ainsi est le quadruple de celui-là au quadruple de cestuy-cy; le quadruple du cercle BCI sera au quadruple du cercle GEH , comme le carré du diamètre BI est au carré du diamètre GH . Mais le rectangle compris sous le diamètre BI , & la ligne droicte égale à la circonférence du cercle BCI , est quadruple

d'iceluy cercle; & le rectangle compris sous le diametre GH, & la ligne droite egale à la circonference du cercle GEH est quadruple d'iceluy cercle, comme apert par la premiere partie de la demonstration faicte au chap. II. du 3. liure de nostre Geometrie pratique: donc le rectangle compris sous le diametre BI & la circonference du cercle BCI sera au rectangle contenu sous le diametre GH & circonference du cercle GEH, comme le quarré de BI au quarré de GH; & en permutant le rectangle compris du diametre & circonference du cercle BCI sera au quarré de BI, comme le rectangle contenu sous le diametre & circonference du cercle GEH sera au quarré de GH. Mais par la 1. p. 6. d'Eucl. le rectangle compris du dia. BI & circonference du cercle BCI est au quarré de BI, comme la ligne droite egale à la circonference dudit cercle BCI est à BI, pource que le rectangle & le quarré ont vne mesme hauteur BI. Par mesme raison le rectangle compris sous GE & la circonference du cercle GEH, est au quarré de GH, comme la ligne droite egale à la circonference du cercle GEH est à GH. Donc comme la circonference du cercle BCI sera au diametre BI, ainsi la circonference du cercle GEH sera au diametre GH; & en permutant comme la circonference du cercle BCI sera à la circonference du cercle GEH, ainsi le diametre BI sera au diametre GH. Ce qui estoit proposé. Ce Lemme est la prop. II. du 5. liure des collections math. de Pappus, où il demonstre que les circonferences des cercles sont entr'elles comme leurs diametres.

COROLLAIRE.

Il aduient du Theoreme cy dessus, les mesmes choses estans posées, que la circonference du grand parallel intercepte entre le grand cercle AB premierement posé, & le grand cercle AC passant par les poles des parallels, sçauoir est la circonference BC a plus grande raison à la circonference DE du cercle oblique intercepte entre les mesmes cercles, que le sinus total au sinus de la circonference AE du grand cercle passant par les poles des parallels; mais moindre que celle du sinus total au sinus de la circonference AD du grand cercle premierement posé, intercepte entre les poles des parallels & le cercle oblique. Car puis qu'il a esté démontré par ce Theoreme que la raison de l'arc BC à l'arc DE est plus grande, que du diametre de la Sphere au diametre du parallel GEH; mais que par la 15. p. 5. d'Eucl. comme BI diametre de la Sphere est à GH diametre du cercle GEH, ainsi est le semidiametre BK, c'est à dire le sinus total, au semidiametre GA, c'est à dire au sinus de l'arc AE; (car veu que par la 10. p. 2. les arcs AB, AE, sont

egaux, & que GN est sinus de l'arc AG; il le sera aussi de l'arc AE.) Il y aura pareillement plus grande raison de l'arc BC à l'arc DE, que du sinus total BK à GN sinus de l'arc AE.

Derechef, puis qu'il a esté démontré à la 11. p. 3. qu'il y a moindre raison de l'arc BC à l'arc DE, que du diamètre de la Sphere au diamètre du parallel DE; mais que par la 15. p. 5. d'Eucl. comme BI diamètre de la Sphere à DE diamètre du parallel DE, ainsi est BK sinus total à DO sinus de l'arc AD: il y aura pareillement plus grande raison de l'arc BC à l'arc DE, que du sinus total au sinus de l'arc AD. Ce qui estoit proposé.

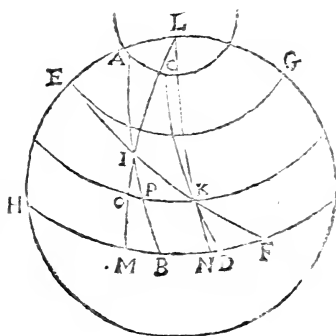
Or que c'est que sinus, nous l'avons enseigné en nos memoires mathematiques; c'est pourquoy le lecteur desirieux, tant de l'intelligence que usage d'iceux sinus, aura recours au traité que nous en avons fait.

Theor. 12. Prop. 12.

S'il y a en la Sphere des grands cercles qui touchent un seul & mesme parallel, & qui prennent entr'eux semblables circonferences des parallels interposées entre l'un & l'autre des grands cercles; mais qu'un autre grand cercle oblique aux parallels, en touche de plus grands que ceux-là lesquels touchent les grands cercles premierement posez, & que le mesme cercle oblique coupe les mesmes grands cercles premierement posez en des poincts posez entre le grand parallel & le cercle que touchent les grands cercles premierement posez: le diamètre de la Sphere a plus grand raison au diamètre du cercle qui touche le cercle oblique, que la circonferance du grand parallel intercepte entre les cercles premierement posez & qui touchent un mesme cercle, à la circon-

SPHERIQUES DE THEODOSE. 117
*férence du cercle oblique intercepte entre les
 mesmes cercles.*

En la Sphere, que
 les deux grâds cer-
 cles A B, C D, tou-
 chent un meisme
 parallel A C, & pre-
 nent entr'eux sem-
 blables circonfe-
 rences des paral-
 lels; mais qu'un au-
 tre grâd cercle E F
 oblique aux paral-
 lels touche en E le
 parallel E G plus
 grand que le paral-



lél A C, & coupe les deux premiers A B, C D, entre le grâd
 parallel H F, & le parallel A C, es points I, K. Je dis qu'il y a
 plus grande raison du diametre de la Sphere au diametre du
 parallel E G, que de la circonferencc B D a la circonferen-
 ce I K.

Qu'ainfi ne soit: Par L poie des parallels, & par les points
 E, I, K, soient desreis par la 20. p. 1. les grâds cercles L H,
 L M, L N; & par K le parallel K O, couppant le cercle A B
 en P. D'autant que par la 11. p. 3. il y a plus grande raison du
 diametre de la Sphere au diametre du cercle E G, que de
 l'arc H M à l'arc E I; & que par le Coroll. de la 10. p. 3. l'arc
 H M a plus grande raison à l'arc E I, que l'arc M N à l'arc
 I K; Il y aura aussi plus grâde raison du diametre de la Sphè-
 re au diametre du cercle E G, que de l'arc M N à l'arc I K. Et
 poutce que par l'hypotese l'arc P K est semblable à l'arc B D,
 & l'arc O K semblable à l'arc M N; & que par la 10. p. 2. l'arc
 P K est moindre que l'arc O K; pareillement l'arc B D sera
 moindre que l'arc M N; & partant par la 8. p. 5. d'Eucl. il y
 aura moindre raison de l'arc B D à l'arc I K, que de l'arc M N,
 au meisme arc I K. Veu donc qu'il a esté demonstté qu'il y a
 plus grande raison du diametre de la Sphere au diametre du
 cercle E G, que de l'arc M N à l'arc I K; il y aura beaucoup
 plus grande raison du diametre de la Sphere au diametre de

118 TROISIÈME LIVRE DES
 cercle EG, que de l'arc BD à l'arc IK. Si donc en la Sphere
 des grands cercles &c. Ce qu'il falloit prouver.

SCHOLIE.

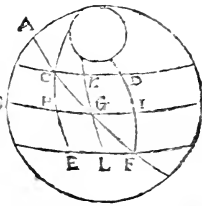
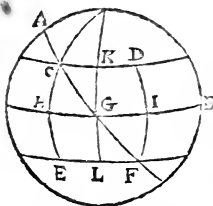
En l'exemplaire Grec, & en la traduction Latine de Penas, il y a que le double du diametre de la Sphere a plus grande raison au diametre du cercle EG, que l'arc BD à l'arc IK. Ce qui est certes manifeste par nostre demonstration. Car puis que le diametre de la Sphere a plus grande raison au diametre du cercle EG, que l'arc BD à l'arc IK; le double du diametre de la Sphere aura beaucoup plus grande raison au diametre du cercle EG, que l'arc BD à l'arc IK, à cause que par la 8 p. 5. d'Eucl. le double du diametre de la Sphere a plus grande raison au diametre du cercle EG, que le diametre de la Sphere au mesme diametre du cercle EG.

Theor. 13. Prop. 13.

Si en la Sphere, des cercles parallels prennent entr'eux circonferences egales de quelque grand cercle, de part & d'autre de ce poinct là auquel iceluy grand cercle coupe le grand parallel, & que par les poincts terminans les egales circonferences, & par les poles des parallels soient descripts des grands cercles, ou que fussent descripts des grands cercles qui touchent vn seul & mesme parallel: ils prendront entr'eux egales circonferences du grand parallel.

Qu'en la Sphere AB, les cercles parallels CD, EF, ostent du grand cercle AF, deux circonferences egales GC, GF, de part & d'autre du poinct G auquel le cercle AF coupe le grand parallel BG; & que par les poincts C, G, F, soient tirez des grands cercles, ou par les poles des parallels, comme en la pr. fig. ou touchans vn seul & mesme parallel, comme en la

fig. posterieure, couppans le grãd parallele les points H, I. Je dis que les arcs CH , GI , sont egaux. Car d'autant que les arcs GC ,



GF , sont posez egaux, les parallels CD , EF , seront egaux, par la 17. p. 2. Donc par la 18. p. 2. les arcs GK , GL , seront aussi egaux : Parquoy estant tirées les lignes droictes CK , FL , elles seront egales par la 3. p. 3. & partant par la 28. p. 3. d'Eucl. es cercles egaux CD , EF , elles osteront arcs egaux CK , FL , & par consequent iceux arcs CK , FL seront semblables entr'eux. Mais par la 10 ou 13. p. 2. l'arc CH est semblable à l'arc CK , & l'arc GI semblable à l'arc FL . Les arcs CH , GI , seront donc aussi semblables entr'eux; & par consequent egaux, puis qu'ils sont de mesme cercle. Si donc en la Sphere des cercles parallels &c. Ce qu'il falloit prouver.

SCHOLIE.

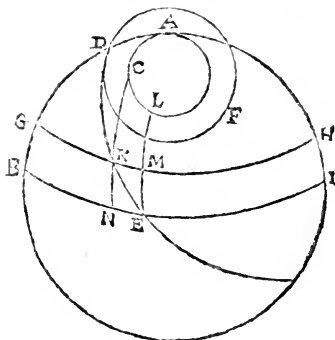
De cery apert aussi, les mesmes choses estans posées, que tous arcs de grands cercles intercepts entre les parallels sont egaux entr'eux, tels que sont les arcs CH , HE , EG , GL , DI , IF . Car puis que les arcs GC , CH , sont egaux aux arcs GF , GI , aussi les lignes droictes CH , FI , seront egales par la 3 p. 3. & partant par la 28. p. 3. d'Eucl. les arcs CH , FI , seront aussi egaux. Mais par la 10. ou 13. p. 2. les arcs EG , DI , sont egaux à l'arc CH , & les arcs LG , EM à l'arc FI . Tous ces six arcs seront donc egaux entr'eux.

Theor. 14. Prop. 14.

Si en la Sphere un grand cercle touche quelque cercle, & qu'un autre grand cercle oblique aux parallels touche des cercles plus grands que ceux-là, lesquels le grand cercle premiere-ment posé touchoit : Ils prendront entr'eux

120 TROISIÈME LIVRE DES
inegales circonferences des cercles parallèles,
desquelles les plus proches de l'un ou l'autre
des poles, seront tousiours plus grâdes qu'elles
puissent estre semblables aux plus esloignées.

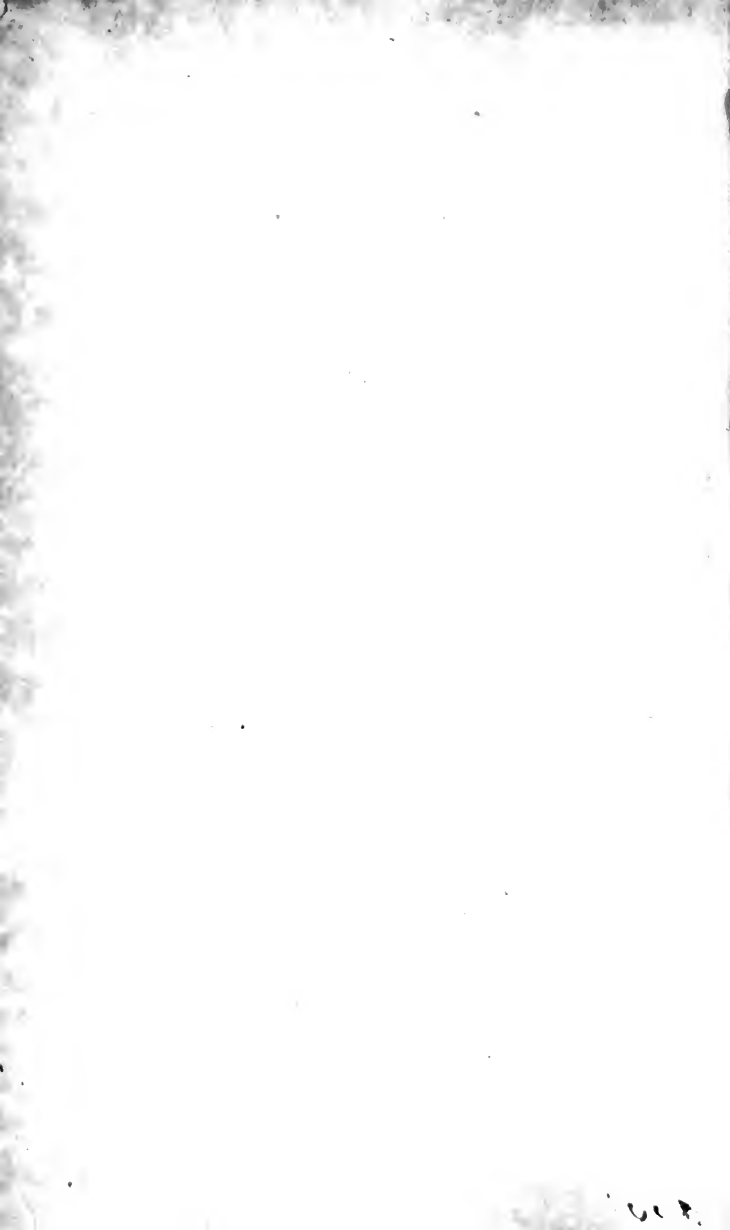
Qu'en la Sphère le
 grand cercle *AB*
 touche le cercle *AC*,
 & qu'un autre grand
 cercle *DE* en touche
 un plus grand *DF*, &
 coupe deux parallèles
 en *g*, & en *h*. Je dis
 que les arcs *gh*, &
kl sont inegaux, & que
 celui le plus proche du
 pole apparent est plus
 grand que le sembla-
 ble à l'arc *kl* plus
 esloigné: ou que *EE*
 plus prochain du pole occulta est plus grand que l'arc sem-
 blable à *xx* plus esloigné.



Qu'il ne soit ainsi: Par les points *E, K*, soient desoris par
 la 15. p. 2. des grands cercles *LE, CN*, touchans le cercle *AC*,
 tellement que les demy-cercles procedans de *C* par *N*, & de
A par *B*, ne conuiennent: Item que les demy-cercles ten-
 dans de *L* par *E*, & de *A* par *I*, ne se rencontrent. Donc par la
 15. p. 2. les arcs *EN, EI*, seront semblables. Parquoy *xx* est
 plus grand que le semblable à l'arc *kl*. En la mesme manie-
 re, l'autant que les arcs *BN, CK*, sont semblables, l'arc *BE*
 plus proche de l'autre pole, sera plus grand que le semblable
 à l'arc *gk* plus esloigné du mesme pole. Parquoy si en la
 sphere vn grand cercle &c. Ce qu'il falloit prouuer.

Fin du troisieme & dernier livre des Elements Spheriques
de Tâton-se.





Price 2th 0.

